

THESE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

M. DEJEAN

Ingénieur civil des Mines

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA MÉCANIQUE DES TERRAINS PAR UNE MÉTHODE DE DIFFÉRENCES FINIES

Soutenue le 10 octobre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. SCHWARTZ
LEGRAS
CHAMBON
DELANNOY

Président
Examineurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551908_0028

THESE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

M. DEJEAN

Ingénieur civil des Mines

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA MÉCANIQUE
DES TERRAINS PAR UNE MÉTHODE
DE DIFFÉRENCES FINIES**

Soutenue le 10 octobre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. SCHWARTZ
LEGRAS
CHAMBON
DELANNOY

Président

Examineurs



Année scolaire : 1969/70

Doyen : M. AUBRY

Assesseur : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULT

Professeurs honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHBORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL

Maîtres de Conférences honoraires : MM. LIENHART - PIERRET

Professeurs

MM. ROUBAULT	Géologie	HADNI	Physique
VEILLET	Biologie animale	* BASTICK	Chimie
BARRIOL	Chimie Théorique	DUCHAUFOR	Pédologie
BIZETTE	Physique	GARNIER	Agronomie
GUILLIEN	Electronique	NEEL	Chimie Organique Industrielle
LEGRAS	Mécanique Rationnelle	BERNARD	Géologie Appliquée
BOLFA	Minéralogie	* CHAMPIER	Physique
NICLAUSE	Chimie	* GAY	Chimie Biologique
FAIVRE	Physique Appliquée	STEPHAN	Zoologie
AUBRY	Chimie Minérale	* CONDE	Zoologie
COPPENS	Radiogéologie	* WERNER	Botanique
DUVAL	Chimie	EYMARD	Calcul différentiel et intégral
FRUHLING	Physique	FELDEN	Physique
HILLY	Géologie	* GOSSE	Mécanique Physique
LE GOFF	Génie Chimique	* DAVOINE	Physique (ENSMIM)
SOHNER	Physique expérimentale	HORN	Physique (1er cycle)
CHAPON	Chimie Biologique	* ROCCI	Géologie
HEROLD	Chimie Minérale Indus.	* Mme LUMER	Mathématiques
SCHWARTZ B.	Exploitation Minière	DELPUECH	Chimie Physique
MALAPRADE	Chimie	Melle HUET	Analyse Supérieure
* MANGENOT	Botanique	BLAZY	Minéralogie Appliquée
GAYET	Physiologie	N...	Chimie Biologique
		N...	Mécanique Appliquée
		N...	Méthodes mathématiques de la physique
		N...	Mécanique Rationnelle

* Professeur titulaire à titre personnel

Professeurs sans chaire

Mme BASTICK	Chimie P.C. Epinal	JANOT	Physique P.C. Epinal
MM. GUDEFIN	Physique	CACHAN	Entomologie appl. (ENSA)
VUILLAUME	Psychophysiologie	JACQUIN	Pédologie et chimie agricoles
FRENTZ	Biologie Animale	MAINARD	Physique M.P.
MARI	Chimie (ISIN)	MARTIN	Chimie P.C.
DEVIOT	Physique du solide	PAULMIER	Mécanique Expérimentale
FLECHON	Physique P.C.	PROTAS	Minéralogie
VIGNES	Métallurgie	RIVAIL	Chimie Appliquée (CUCES)
JURAIN	Géologie C.B.G.	DEPAIX	Probabilités et statistiques
BALESDENT	Thermodynamique, Chimie Appliquée (ENSIC)		

Maîtres de conférences

MM. VILLERMAUX	Génie chimique	GILORMINI	Mécanique fluides (ISIN)
METCHE	Biochimie appliquée (brasserie)	HILLY	Mathématiques P.C.
BAUMANN	Physique 1er cycle	CASTRO	Chimie organique
DURAND	Physique	DEXHEIMER	Botanique
GRANGE	Physique (ISIN)	NOVERRAZ	Mathématiques
BAVEREZ	Chimie (ENSIC)	TOURET	Géologie
CHAMBON	Exploitation Minières (Mines)	N...	Mathématiques appliquées
HUSSON	Physique (ENSEM)	N...	Mathématiques
WEISSLINGER	Physique	N...	Mathématiques
GERL	Physique (Mines)	N...	Mathématiques
ROQUES	Chimie Minérale	N...	Physiologie animale
FERRIER	Mathématiques	N...	Chimie (ENSIC)
		N...	Laiterie (Ecole Laiterie)
		N...	Chimie organique
		N...	Mathématiques appliquées

Chargés d'enseignement

MM. AMARIGLIO - COEURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - OVAERT - RUYER - WEBER - PUJOL - SCHREIBER

AVANT-PROPOS

Qu'il nous soit permis tout d'abord d'exprimer notre reconnaissance à Monsieur CHAMBON, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Supérieure de la Métallurgie et de l'Industrie des Mines pour l'autorité et la bienveillance avec laquelle il a dirigé ce travail.

Monsieur Bertrand SCHWARTZ, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy, Directeur du Centre Universitaire de Coopération Economique et Sociale, Conseiller à l'Education Permanente au Ministère de l'Education Nationale nous a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Il nous est particulièrement agréable de lui adresser ici nos remerciements chaleureux.

Messieurs LEGRAS - Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy - Directeur de l'Institut universitaire de Calcul Automatique

DELANNOY - Directeur des Départements Mine et Thermique du Centre d'Etudes et Recherches des Charbonnages de France

nous ont fait l'honneur de participer à notre jury. Qu'ils soient ici très vivement remerciés.

Nous remercions Messieurs les Directeurs du CERCHAR qui, en nous accordant une bourse de thèse, nous ont permis de mener à bien ce travail.

Nous remercions Messieurs les Directeurs et Ingénieurs des Houillères du Bassin du Nord et du Pas de Calais qui ont contribué à la réalisation des campagnes de mesures qui ont toutes bénéficié de l'aide financière de la Communauté Economique Européenne.

Nous exprimons spécialement notre gratitude à Messieurs LANCELLE - Directeur des Travaux du Fond du Groupe d'Exploitation de Douai, AURIOL et DECOMPS qui nous ont apporté leur appui et manifesté leur intérêt dans le déroulement de ces campagnes et aux ingénieurs des Sièges d'Exploitation qui ont facilité leur réalisation.

Nous remercions aussi pour leur aide tous les membres anciens et actuels du "Laboratoire de Mouvements de Terrains" et tous les ingénieurs du CERCHAR et du GETI qui ont contribué aux essais en Laboratoire et à la mise au point des programmes de calcul.

Nous tenons enfin à remercier Monsieur VANTIEGHEM, agent technique aux HBNPC qui, avec compétence et dévouement, a assuré la conduite et le dépouillement des mesures au fond, Monsieur DELAPORTE et par lui, tous ceux qui nous ont aidés à mener à bien nos calculs, Madame DEMESY et Mademoiselle MARCHAL qui ont dessiné les figures de notre thèse et Mademoiselle GAMAIN qui en a assuré la frappe.

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE
LA MÉCANIQUE DES TERRAINS PAR
UNE MÉTHODE DE DIFFÉRENCES FINIES**

PLAN DE LA THESE

=====

INTRODUCTION

Objectifs de l'étude	1
Les calculs de mécanique des terrains	3
Plan du mémoire	5

1ère PARTIE - LE MODELE, LA METHODE ET SA PROGRAMMATION

<u>Chapitre I - Les hypothèses du modèle</u>	6
1. L'hypothèse élastique	6
2. Les conditions aux limites	8
3. Les conditions initiales	9
4. Résumé des hypothèses	11
<u>Chapitre II - La méthode de calcul</u>	12
1. Les équations	12
2. Les conditions aux limites	16
- les noeuds situés sur le pourtour d'une cavité ..	16
- les noeuds situés sur le pourtour de la zone maillée	18
- les noeuds placés à la jonction de deux bancs ...	21
<u>Chapitre III - Mise en oeuvre de la méthode et problèmes posés par le calcul</u>	24
1. Principe de la méthode numérique	24
- la méthode de résolution itérative	24
- unicité de la solution	26
- convergence du procédé de calcul utilisé	26
2. Programmation de la méthode	28
- organisation générale du calcul	28
- les programmes de calcul mis en oeuvre	33

2ème PARTIE - LES APPLICATIONS DU MODELE	35
--	----

<u>Chapitre I - Contraintes et déformations au creusement dans une voie de niveau en gisement penté</u>	35
---	----

1. Cas de la voie étudiée en veine n° 8	36
2. Influence du plan de glissement	39
3. Etude des contraintes dans les terrains entourant une voie de niveau	40
- les observations	40
- résultats du calcul	41
4. Conclusion	42

<u>Chapitre II - Influence d'un pilier de charbon abandonné à l'amont d'une voie de base pendant l'exploita- tion de la taille amont</u>	43
--	----

1. Les mesures	43
2. L'étude sur le modèle	44
3. Conclusions	49

<u>Chapitre III - Influence de la portance du soutènement sur la tenue du toit en taille</u>	50
--	----

1. Description du modèle	51
2. Les résultats	52

<u>Chapitre IV - Etude de l'influence d'une exploitation sur les déformations des galeries au rocher</u>	54
--	----

1. Les mesures	55
2. L'étude sur le modèle	55
3. Confrontation des résultats expérimentaux et des résultats du modèle	57

CONCLUSIONS

Les résultats obtenus	60
Les perspectives d'avenir	61

INTRODUCTION

OBJECTIFS DE L'ETUDE

En 1966 les Houillères du Bassin du Nord et du Pas de Calais ont demandé au Laboratoire de Mécanique des Terrains de l'Ecole des Mines de Nancy d'étudier les déformations subies par les voies de niveau des gisements pentés du groupe d'Exploitation de Douai, en vue d'élaborer un certain nombre de règles de gestion de ces voies susceptibles d'aider l'exploitant à en diminuer le prix de revient.

Nous avons été chargés de cette étude avec les deux objectifs suivants :

- . l'analyse des déformations subies par les voies de niveau au moment de leur creusement et sous l'influence de l'exploitation de chacune des deux tailles qu'elles desservent ;
- . l'analyse de l'influence de facteurs particuliers tels que le renforcement du soutènement par boulonnage des terrains, ou la présence de piliers de charbon abandonnés en bordure de la voie pour la protéger au cours de l'exploitation.

Pour conduire l'étude, nous avons utilisé les méthodes de mesures mises au point par le Laboratoire au cours des recherches précédentes sur la tenue des voies au charbon des gisements en plateaux⁽¹⁾, en les adaptant simplement au cas des voies de niveau.

(1) "Etude des mouvements des épontes dans les exploitations minières" - B. SCHWARTZ - Revue de l'Industrie Minérale - Vol. 42. N° 5 et 6 - mai et juin 1960.

Ainsi la tenue des voies étudiées a été appréhendée par des mesures :

- . de convergence, c'est-à-dire du rapprochement de deux repères constitués par deux broches ancrées superficiellement dans le toit et dans le mur ;
- . d'expansion des terrains entourant la voie ;
- . des mouvements verticaux absolus de différentes broches afin de distinguer dans les convergences la part de mouvements provenant du toit de celle imputable au soufflage du mur.

Les résultats expérimentaux et les conclusions de cette étude ont été publiés sous le titre "Déformations des voies de niveau des gisements pentés pendant l'exploitation des tailles qu'elles desservent"⁽¹⁾.

Pour réduire le nombre des chantiers dans lesquels des mesures ont été effectuées^(*), nous avons choisi d'étudier l'influence des différents facteurs susceptibles de modifier le comportement des voies en analysant de façon aussi fine que possible les mécanismes de leur action sur la tenue des voies. La recherche de ces mécanismes nous a conduit à élaborer un modèle mathématique susceptible de rendre compte du comportement des terrains houillers.

L'utilisation de ce modèle nous a permis d'expliquer un certain nombre de phénomènes observés dans les voies des gisements pentés que nous avons étudiées, mais aussi des résultats relatifs aux voies et aux tailles des gisements en plateures.

L'objet de ce mémoire est de décrire le modèle et de montrer comment il permet non seulement d'interpréter certains résultats expérimentaux, mais aussi de généraliser certaines conclusions tirées d'expériences fragmentaires et isolées.

(1) "Déformations des voies de niveau des gisements pentés pendant l'exploitation des tailles qu'elles desservent" - M. DEJEAN - Documents techniques des Charbonnages de France - N° 4, 1970.

(*) L'étude a porté sur 7 chantiers répartis dans 4 sièges.

LES CALCULS DE MECANIQUE DES TERRAINS

Les calculs élaborés en vue de rendre compte du comportement des terrains houillers, ou de le prévoir, se fondent soit sur la théorie classique de l'élasticité, soit sur la théorie de la plasticité ou de l'équilibre des corps pulvérulents⁽¹⁾. Ces modèles de comportement ne peuvent être que des simplifications plus ou moins grossières de la réalité. En effet, au voisinage des excavations, les roches restent rarement dans le domaine élastique, et de toute manière leur élasticité n'est que très approximativement linéaire. L'application des théories classiques de la plasticité se justifie très difficilement car elles supposent le milieu plastique isotrope, ce qui n'est pas vrai pour les roches en raison des différents réseaux de plans de fracturation privilégiés préexistant à toute rupture.

Le modèle de comportement, quelle que soit la théorie sur laquelle il est fondé, ne donne qu'un ensemble d'équations différentielles dont la solution dépend des conditions aux limites telles que la forme de l'excavation et des conditions initiales telles que l'état de contraintes auquel est soumis le milieu à l'état naturel.

Jusqu'à ces dernières années, seuls ont pu être traités les problèmes susceptibles de recevoir une solution analytique complète c'est-à-dire ceux pour lesquels il est possible d'exprimer les composantes des contraintes et des déformations sous forme de fonctions de l'analyse classique.

Cette limitation purement technique a imposé dans presque tous les cas une idéalisation abusive des caractéristiques des terrains houillers ainsi que de la forme des excavations. Ainsi, pour tenter de rendre compte, au moins partiellement, de l'hétérogénéité des terrains parallèlement à la stratification, le toit d'une excavation était assimilé à une dalle élastique. Dans tous les autres cas, et notamment pour l'étude de l'influence

(1) "Les calculs en matière de pression de terrains" - J. MANDEL - Revue de l'Industrie Minérale - Vol. 41, n° 1, janvier 1959.

d'une galerie, les terrains étaient assimilés à une masse homogène et isotrope.

En outre, la forme des excavations devait être particulièrement simple : seules pouvaient être étudiées les galeries circulaires ou, dans les cas les plus favorables, elliptiques. Enfin, n'étaient pratiquement abordés que les problèmes à deux dimensions, c'est-à-dire les cas où il est possible de considérer que soit les vecteurs déplacement soit les vecteurs contraintes ont tous une composante nulle suivant le même axe (cas des "déformations planes", ou bien des "contraintes planes").

Les récents développements des calculatrices électroniques ont rendu possible l'application des techniques du calcul numérique à la résolution de tels problèmes, et ont ainsi permis l'étude de cas plus complexes et plus proches de la réalité.

En effet il suffit alors que le problème posé en termes mathématiques, c'est-à-dire généralement sous forme d'équations différentielles, ait une solution pour qu'il soit possible, au moins en théorie, de calculer une approximation numérique de cette solution.

Il devient alors possible de faire intervenir dans le modèle mathématique, choisi pour étudier le comportement des terrains, des facteurs tels que l'hétérogénéité du milieu ou la diversité des formes des excavations pratiquées. D'autres problèmes, tels que l'étude de l'influence d'une force agissant ponctuellement sur les terrains, deviennent très faciles à résoudre.

PLAN DU MEMOIRE

L'objet du travail présenté dans ce mémoire a été l'élaboration d'un modèle mathématique fondé sur la théorie de l'élasticité et susceptible de rendre compte du comportement des terrains houillers entourant des cavités de formes diverses, en tenant compte de la stratigraphie de ce milieu et du pendage.

Une première partie sera consacrée à l'exposé des hypothèses faites pour construire le modèle et de la méthode de calcul utilisée. Une deuxième partie portera sur l'utilisation de ce modèle pour l'interprétation ou l'explication des phénomènes observés in situ.

Certains de ces phénomènes ont été mis en évidence par les mesures que nous avons effectuées dans les gisements pentés :

- . Influence d'un plan de glissement privilégié dans les bancs du mur sur les déformations d'une voie de niveau au creusement⁽¹⁾
- . Influence des piliers de charbon abandonnés en bordure d'une voie de niveau pour la protéger au cours de l'exploitation de la taille amont⁽²⁾.

D'autres sont relatifs aux gisements de plateures :

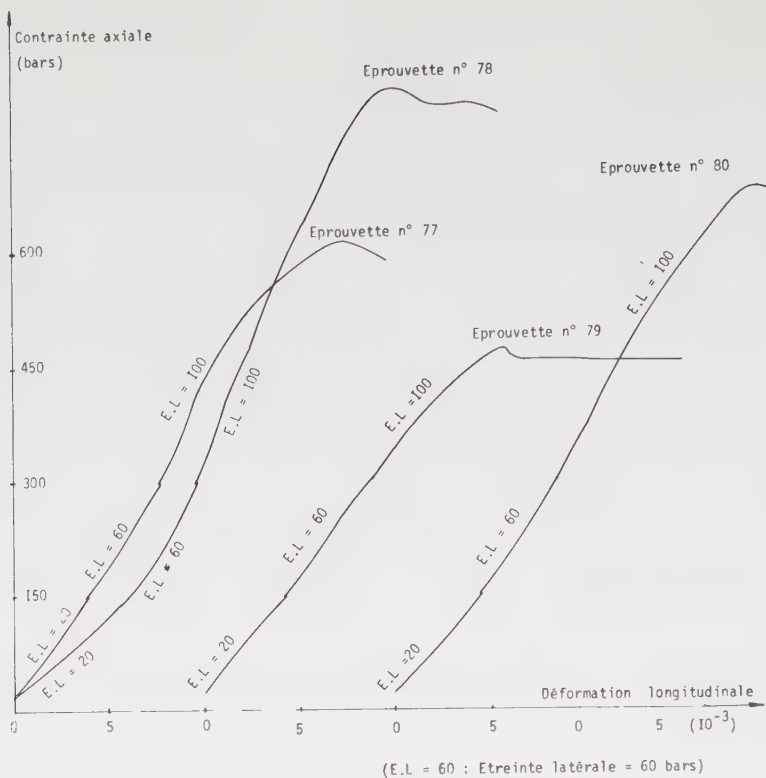
- . Influence de la portance du soutènement sur les ruptures du premier banc du toit en avant du front de taille⁽³⁾ ;
- . Influence de la géométrie des exploitation sur les déformations des galeries au rocher⁽⁴⁾.

(1) "Contraintes et déformations au creusement dans les voies de niveau des gisements pentés - M. DEJEAN - Revue de l'Industrie Minérale - Vol. 51, n° 4, avril 1969.

(2) "Déformations des voies de niveau des gisements pentés pendant l'exploitation des tailles qu'elles desservent" - op. cit.

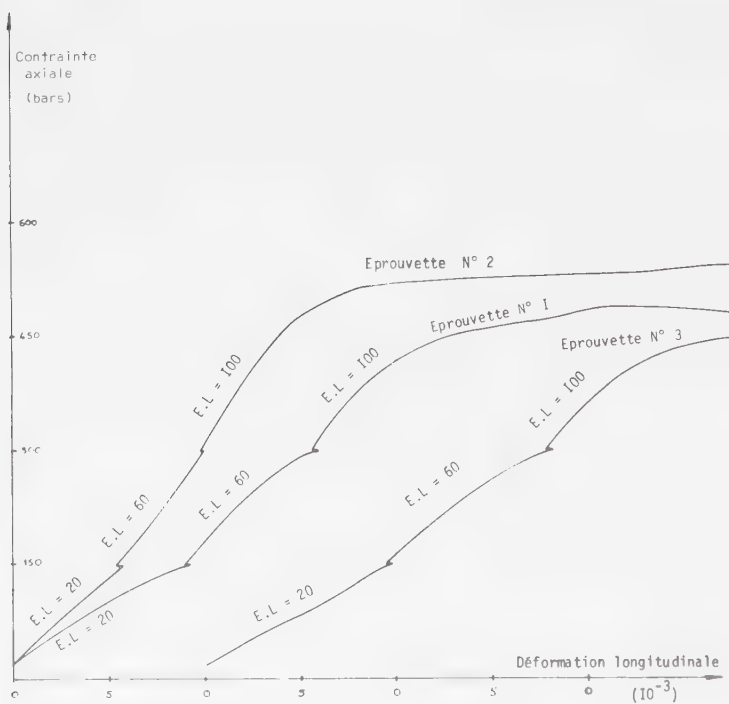
(3) "Influence du soutènement hydraulique individuel et marchant sur la dégradation du toit de taille en veine Schwalbach" - J. PITSILIS - Documents techniques des Charbonnages de France - N° 1, 1970.

(4) "Déformations des galeries au rocher sous l'influence d'une exploitation" - M. DEJEAN, F. MARTIN, J.-F. RAFFOUX - Communication au 2ème Congrès International de la Société Internationale de Mécanique des Roches à Belgrade, 23-25 septembre 1970.



COURBES CONTRAINTE - DEFORMATION
SCHISTES DU MUR DE VEINE N° 16
H.J.N.P.C. DOUAI - SIEGE N° 10

FIG 1



E.L. = 60 : Etreinte latérale = 60 bars

COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION
CHARBON DE VEINE N° 7
H.B.N.P.C. DOUAI SIEGE DECHY

FIG. 2

1ère Partie

LE MODELE, LA METHODE ET SA PROGRAMMATION

Le modèle mathématique que nous avons construit a été élaboré en vue de pouvoir tenir compte, dans les calculs, des caractéristiques de stratification des terrains houillers et des diverses formes d'excavation dont, par ailleurs, le comportement a été étudié par des mesures in situ. Une première partie sera consacrée à l'étude des hypothèses que nous avons été amenés à formuler pour pouvoir atteindre cet objectif. La méthode de calcul utilisée pour résoudre les problèmes ainsi formulés sera exposée dans une deuxième partie, et enfin une troisième partie sera consacrée à l'étude des difficultés pratiques rencontrées dans sa mise en œuvre.

Chapitre I - LES HYPOTHESES DU MODELE

1. L'hypothèse élastique

Le modèle mathématique que nous avons construit en vue d'étudier le comportement des terrains houillers sous l'influence des excavations minières est fondé sur la théorie classique de l'élasticité. Plus précisément, nous avons assimilé les terrains houillers à une masse élastique composée de bancs parallèles, homogènes et isotropes, susceptibles de glisser et de se décoller les uns par rapport aux autres : au sein d'un banc, une relation strictement linéaire relie les contraintes en un point et les déformations subies par le volume élémentaire entourant ce point.

L'homogénéité et l'isotropie des bancs constituent une idéalisation des terrains. Cependant, il est toujours possible de rendre compte artificiellement de l'anisotropie d'un banc perpendiculairement à la

stratification en le considérant comme formé par un ensemble de n bancs distincts, de caractéristiques identiques ou voisines.

Par contre, admettre que les terrains houillers ont un comportement élastique en tout point constitue une approximation beaucoup plus grossière. En effet, si un tel comportement est vraisemblable à une certaine distance de l'excavation étudiée, il n'en est plus de même sur son pourtour. Cependant il convient de remarquer que :

- . le modèle de comportement qui rendrait compte de la mécanique des terrains à proximité des excavations est très complexe ;
- . l'hypothèse du comportement élastique des terrains en tout point est justifiée dans un certain nombre de cas.

Comme il a été dit dans l'introduction, le comportement des roches au voisinage des cavités ne peut pas être décrit par un modèle fondé sur une théorie de la plasticité en raison de l'existence de plans de fracturation privilégiés(*). L'application aux problèmes miniers de la mécanique d'un tel milieu, composé schématiquement d'un assemblage de blocs imbriqués les uns dans les autres, nous a paru trop complexe pour pouvoir rentrer dans le cadre d'un modèle.

Par contre, l'hypothèse d'un comportement élastique en tout point peut se justifier dans deux cas :

- . soit quand les déformations observées in situ sont faibles, de l'ordre du millimètre par exemple : le fait de considérer alors la zone dont le comportement n'est pas élastique comme homogène avec le reste du milieu ne doit pas trop fausser les résultats ;
- . soit quand il est fait totalement abstraction de l'influence du temps sur le comportement des terrains ; cela revient à n'étudier sur le modèle le comportement des terrains qu'au moment même de la création de la cavité, son creusement étant lui-même considéré comme instantané.

(*) En effet les équations de comportement plastique font généralement intervenir les "invariants" du tenseur des contraintes et ne sont donc applicables que si le milieu étudié est parfaitement isotrope.

Enfin, les relations entre contraintes et déformations sont supposées strictement linéaires. L'étude en laboratoire de ces relations montre que cette hypothèse n'est pas vérifiée.

La figure 1 représente les courbes d'évolution des déformations axiales d'éprouvettes d'éclatement 1 en fonction de la contrainte axiale appliquée, sous diverses étreintes latérales. Toutes les éprouvettes qui ont servi pour établir les courbes données à titre d'exemple ont été découpées suivant la même direction dans un même banc de schistes(*). On constate que :

- . suffisamment loin du point de rupture de l'éprouvette, à étreinte latérale fixée, ces courbes peuvent être assimilées à des droites
- . la pente de ces droites, qui sert de mesure pour le module de Young du matériau examiné, varie surtout avec l'étreinte latérale à laquelle est soumise l'éprouvette
- . la manière dont ces pentes varient en fonction de l'étreinte latérale est sensiblement différente d'une éprouvette à l'autre.

Dans un certain nombre de cas, comme par exemple celui illustré sur la figure 2, la forme même des courbes reliant contraintes et déformations axiales varie avec l'étreinte latérale : la précision que donnerait une élasticité non linéaire serait illusoire.

L'ensemble des hypothèses précédentes permet d'écrire un système d'équations différentielles dont la solution dépend des conditions aux limites et des conditions initiales.

2. Les conditions aux limites

Les problèmes posés par les conditions aux limites (forme des cavités) dépendent essentiellement de la méthode de calcul utilisée et seront donc étudiés en détail dans le deuxième chapitre.

(*) Références de l'essai : schistes du mur prélevés en veine 10 n°10, du Groupe d'exploitation de Douai, en ja

3. Les conditions initiales

La détermination des contraintes dans les terrains houillers avant toute exploitation présente beaucoup plus de difficultés, faute de moyens d'investigation directe.

Indépendamment de tout effort orogénique, les terrains sont soumis au champ de force de la pesanteur. En appelant N_y la contrainte sur les éléments perpendiculaires à l'axe vertical O_y , à la profondeur h , on a

$$N_y = \rho gh \quad \begin{array}{l} \rho = \text{masse spécifique des terrains} \\ g = \text{accélération de la pesanteur} \end{array}$$

et cette contrainte est contrainte principale.

Diverses hypothèses sont possibles pour déterminer les contraintes horizontales initiales N_x et N_z . En particulier on peut admettre une répartition hydrostatique des contraintes (hypothèse de Heim). On aura alors

$$N_x = N_y = N_z = \rho gh$$

Il est également possible de déterminer N_x et N_z à partir des équations de l'élasticité :

$$N_x = N_z = \frac{\nu}{1 - \nu} N_y \quad \nu = \text{coefficient de Poisson}$$

Cette expression s'obtient en supposant les terrains homogènes et élastiques, et en écrivant que leur état initial résulte d'une sédimentation pendant laquelle les déformations horizontales sont nulles.

On sait que les roches fluent très lentement tant qu'elles sont soumises à des états de contraintes non hydrostatiques, de sorte que l'hypothèse de Heim correspond à un état limite vers lequel tendraient les terrains en l'absence de toute perturbation.

En fait les terrains dont nous avons voulu étudier le comportement se trouvent presque toujours dans des zones plus ou moins perturbées par des exploitations antérieures à celles dont on veut connaître l'influence.

Dans ces conditions le choix du coefficient K de proportionnalité entre contraintes horizontales et contraintes verticales reste arbitraire. Les mesures in situ dans des galeries creusées en terrain à peu près homogène montrent que le rapprochement des parements est en général nettement plus faible que le rapprochement de la sole et de la couronne : la valeur du coefficient K est donc sensiblement plus petite que 1. Nous avons choisi l'hypothèse limite d'un comportement purement élastique qui se traduit par :

$$K = \frac{\nu}{1 - \nu} ,$$

Cependant une telle détermination des contraintes horizontales initiales impose une variation discontinue de celles-ci entre deux bancs ayant des coefficients de Poisson différents. Aussi avons-nous donné à K la valeur moyenne des valeurs des expressions $\frac{\nu}{1 - \nu}$ pour les différents bancs considérés, valeurs qui varient en général de 0,2 à 0,4.

Le raisonnement précédent suppose que les terrains ne sont soumis à aucun effort orogénique. Une telle hypothèse paraît tout à fait justifiée dans le cas des gisements de plateaux : les plans de stratification sont presque horizontaux et, par raison de symétrie, il semble légitime d'admettre que la contrainte verticale N_y est contrainte principale et sensiblement égale à ρgh .

Par contre, en gisement penté il semble plus hasardeux de négliger ces efforts à cause des poussées tectoniques qui sont précisément à l'origine des caractéristiques de pendage des couches.

Un début de solution à ce problème pourrait être trouvé dans l'observation des déformations des parois des excavations pratiquées dans de tels gisements : le plus souvent la direction préférentielle des déplacements du toit ou du mur d'une cavité est très voisine de la normale au pendage, ce qui pourrait correspondre à la direction de la contrainte principale majeure qui caractérise les terrains à l'état naturel. En fait, quand la direction de tels mouvements est mesurable, l'amplitude de ceux-ci est telle que l'on peut être sûr que les roches avoisinant le point de

mesure n'ont plus un comportement élastique : la direction préférentielle des mouvements est alors surtout liée à la géométrie de l'exploitation et à l'orientation des plans de fracturation privilégiés existant dans les terrains.

A cette difficulté se joint celle présentée par la détermination de l'intensité de cette contrainte normale au pendage. La supposer égale au poids des terrains sus-jacents revient en fait à admettre une répartition hydrostatique des contraintes, hypothèse qui a été rejetée précédemment.

Dans ces conditions, il paraît préférable de négliger les contraintes résiduelles de mouvements orogéniques et de prendre pour état initial des terrains une répartition des contraintes absolument indépendante du pendage des couches.

4. Résumé des hypothèses

En résumé, dans notre modèle, nous avons assimilé les terrains à un empilement de bancs parallèles, de comportement purement élastique mais de caractéristiques différentes, et susceptibles de glisser ou de se décoller les uns par rapport aux autres. L'état initial de contraintes auquel est soumis le milieu étudié est indépendant du pendage des couches, la contrainte verticale N_y étant égale à ρgh et la contrainte horizontale égale à KN_y , K variant entre 0,2 et 0,4 suivant les cas.

Enfin, nous nous sommes limités au cas des déformations planes. Autrement dit, nous avons restreint notre étude au comportement des terrains entourant une excavation de grande longueur et de section constante dont le creusement aurait été instantané.

Chapitre II - LA METHODE DE CALCUL

L'ensemble des hypothèses et des restrictions exposées précédemment permet d'écrire un système d'équations différentielles dont les solutions donnent l'état de contrainte et de déformation en tout point du milieu en fonction des caractéristiques élastiques des bancs, du pendage et des différentes conditions initiales et aux limites telles que la profondeur, la forme et les dimensions de l'excavation étudiée.

1. Les équations

En prenant pour plan de déformation le plan xOy , la déformation du milieu en chaque point est définie par les trois quantités ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy} . Si u et v sont les composantes du vecteur déplacement sur les axes Ox et Oy , les déformations s'écrivent :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad .$$

Dans ce plan, les contraintes sont définies par trois composantes n_x , n_y et t_{xy} .

En désignant par n'_x , n'_y et t'_{xy} les variations de contraintes induites en chaque point du milieu par le creusement des cavités et en orientant l'axe Oy dans le sens des forces de la pesanteur, les équations de l'équilibre s'écrivent :

$$\frac{\partial n'_x}{\partial x} + \frac{\partial t'_{xy}}{\partial y} = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial n'_y}{\partial y} + \frac{\partial t'_{xy}}{\partial x} = 0 \quad .$$

Les contraintes en chaque point s'obtiennent directement par superposition des variations de contraintes et de l'état initial :

$$n_x = n'_x - N_x \quad ,$$

$$n_y = n'_y - N_y \quad ,$$

$$n_z = v(n'_x + n'_y) - N_z \quad , \quad \text{en convenant de compter négativement les}$$

$$t_{xy} = t'_{xy} \quad , \quad \text{pressions.}$$

Les équations de Lamé permettent de relier les variations de contraintes aux déformations. Dans le cas étudié, elles peuvent s'écrire sous la forme :

$$\sigma'_x = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \epsilon_x + \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \epsilon_y ,$$

$$\sigma'_y = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \epsilon_y + \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \epsilon_x ,$$

$$\tau'_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{xy} , \quad \begin{array}{l} E \text{ étant le module de Young du matériau} \\ \text{et } \nu \text{ le coefficient de Poisson.} \end{array}$$

Pour résoudre ce système d'équations, nous avons utilisé une méthode numérique dite des "différences finies" qui consiste à discréditer les équations différentielles en schématisant le milieu par un ensemble de "mailles" régulières afin de remplacer les éléments différentiels apparaissant dans les équations par des quantités finies.

Pour pouvoir traiter les problèmes de gisement penté, nous avons adopté une maille de forme losangique, comme sur la figure 3. Les contraintes et les déformations sont calculées au centre d'une maille ; au point a, on obtient(1)

$$\epsilon_x = \frac{u_9 - u_5}{D_1}$$

$$\epsilon_y = \frac{v_6 - v_8}{D_2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{v_9 - v_5}{D_1} + \frac{u_6 - u_8}{D_2}$$

(1) "A numerical method for the determination of stresses around underground openings" - Y.J. WANG et M.M. SINGH - Communication au 1er Congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Lisbonne, 1966

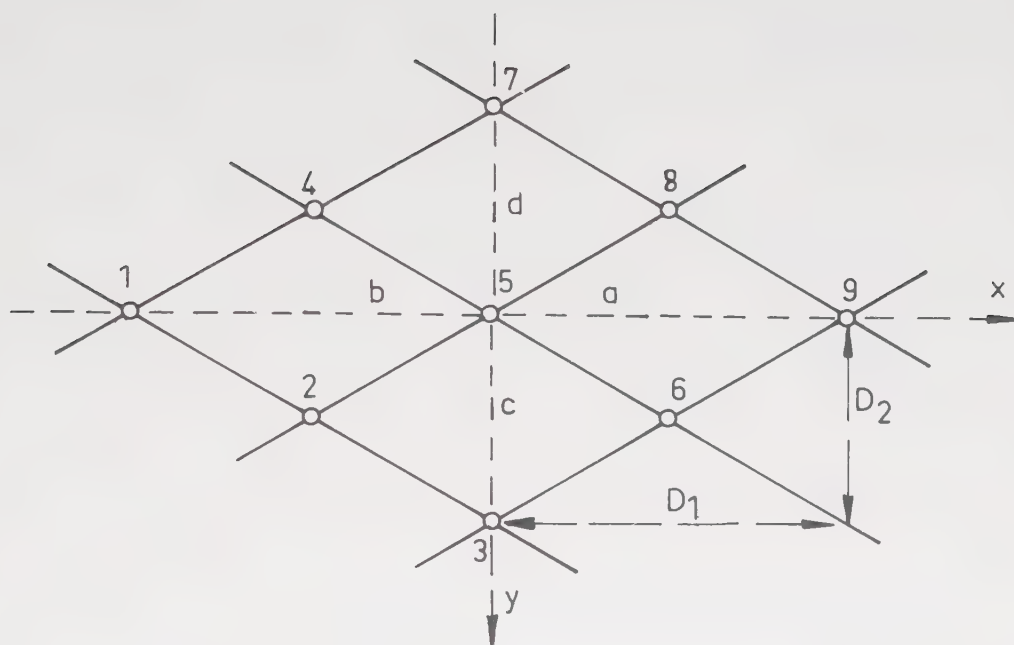


FIG. 3 MAILLAGE LOSANGE

Les équations de Lamé s'écrivent alors, pour la maille a :

$$n'_x{}^a = m \frac{u_9 - u_5}{D_1} + s \frac{v_6 - v_8}{D_2} ,$$

$$n'_y{}^a = m \frac{v_6 - v_8}{D_2} + s \frac{u_9 - u_5}{D_1} ,$$

$$t'_{xy}{}^a = t \frac{v_9 - v_5}{D_1} + t \frac{u_6 - u_8}{D_2} ,$$

en posant :

$$m = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} ,$$

$$s = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} ,$$

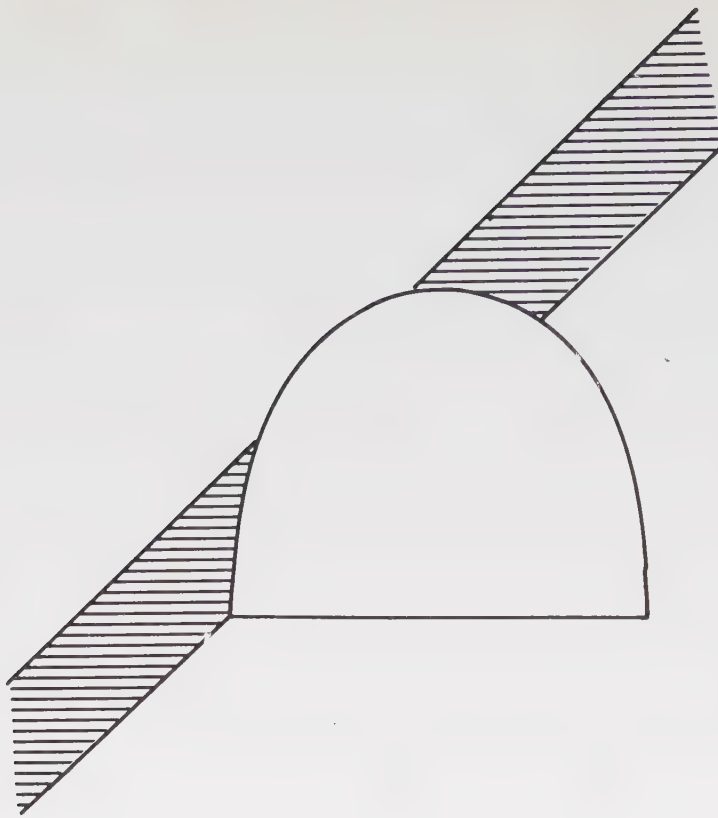
$$\text{et } t = \frac{E}{2(1 + \nu)} .$$

Les équations de l'équilibre se transposent de la même manière :

$$\frac{\partial n'_x}{\partial x} + \frac{\partial t'_{xy}}{\partial y} = 0 \quad \text{devient} \quad \frac{n'_x{}^a - n'_x{}^b}{D_1} + \frac{t'_{xy}{}^c - t'_{xy}{}^d}{D_2} = 0 ;$$

$$\frac{\partial n'_y}{\partial y} + \frac{\partial t'_{xy}}{\partial x} = 0 \quad \text{devient} \quad \frac{n'_y{}^c - n'_y{}^d}{D_2} + \frac{t'_{xy}{}^d - t'_{xy}{}^c}{D_1} = 0 .$$

Ces équations traduisent que le point "5" est en équilibre sous l'action des forces (telles que $n'_x{}^a D_2$) qui s'exercent sur lui à partir du centre des mailles voisines. En remplaçant dans les équations de l'équilibre les contraintes par leur expression en fonction des déplacements des points voisins, les composantes u_5 et v_5 s'expriment en fonction des composantes similaires des 8 points entourant le point 5.



a - COUPE D'UNE VOIE AU CHARBON DANS UN GISEMENT A 45°

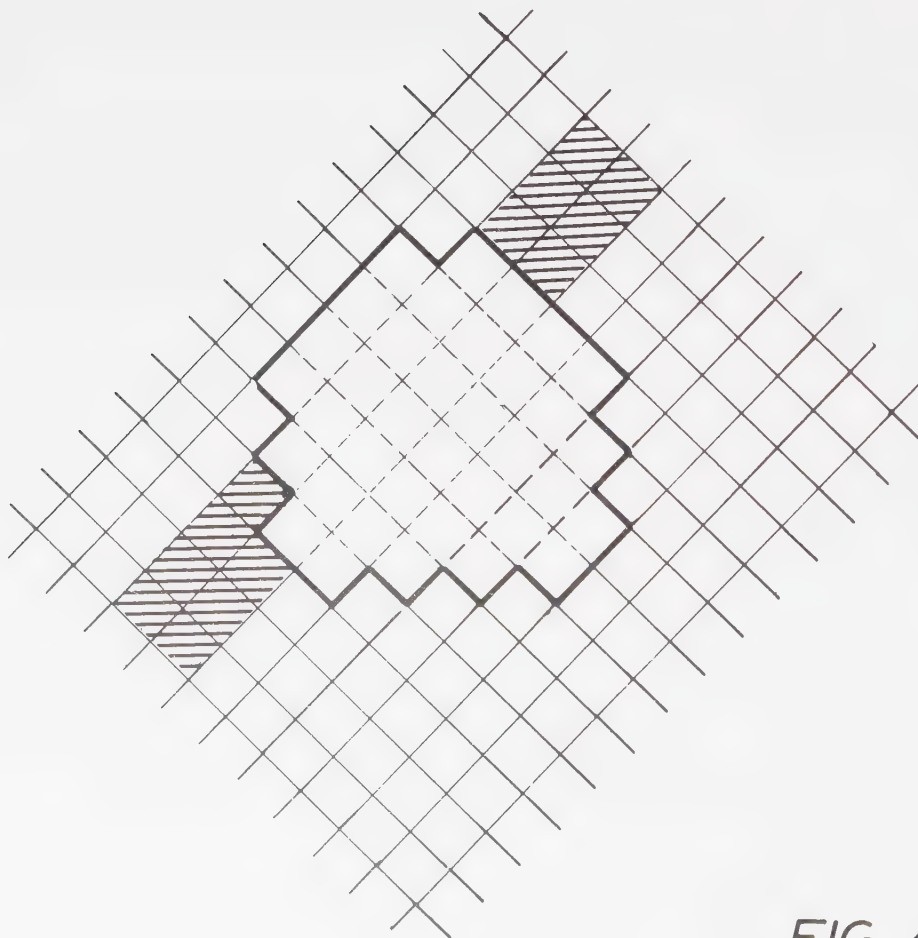


FIG. 4

b - REPRESENTATION POSSIBLE DE LA VOIE DANS LE MODELE

En termes de déplacements, l'équation de l'équilibre sur l'axe O_x s'écrit ainsi :

$$\frac{m}{D_1^2} (u_9 - 2 u_5 + u_1) + \frac{t}{D_2^2} (u_3 - 2 u_5 + u_7) + \frac{(s+t)}{D_1 D_2} (v_6 - v_8 - v_2 + v_4) = 0 \quad (I)$$

$$u_5 = \frac{1}{2\left(\frac{m}{D_1^2} + \frac{t}{D_2^2}\right)} \left[\frac{m}{D_1^2} (u_9 + u_1) + \frac{t}{D_2^2} (u_3 + u_7) + \frac{(s+t)}{D_1 D_2} (v_6 - v_8 - v_2 + v_4) \right]$$

m , s et t ayant la même signification que précédemment.

Sur l'axe O_y , l'équation de l'équilibre s'écrit, avec les mêmes notations :

$$\frac{m}{D_2^2} (v_3 - 2 v_5 + v_7) + \frac{t}{D_1^2} (v_9 - 2 v_5 + v_1) + \frac{(s+t)}{D_1 D_2} (u_6 - u_2 - u_8 + u_4) = 0 \quad (II)$$

ce qui donne immédiatement :

$$v_5 = \frac{1}{2\left(\frac{m}{D_2^2} + \frac{t}{D_1^2}\right)} \left[\frac{m}{D_2^2} (v_3 + v_7) + \frac{t}{D_1^2} (v_9 + v_1) + \frac{(s+t)}{D_1 D_2} (u_6 - u_2 - u_8 + u_4) \right]$$

Il convient de noter que les équations (I) et (II) ne sont en fait que la transposition directe en termes de différences finies des équations différentielles de l'équilibre exprimées en fonction des déplacements.

En effet, en reprenant les notations précédentes, les équations de Lamé s'écrivent :

$$n'_x = m \frac{\partial u}{\partial x} + s \frac{\partial v}{\partial y} \quad ,$$

$$n'_y = m \frac{\partial v}{\partial y} + s \frac{\partial u}{\partial x} \quad ,$$

$$t'_{xy} = t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

et en remplaçant n'_x , n'_y et t'_{xy} par leurs expressions en fonction de u et v dans les équations de l'équilibre, celles-ci s'écrivent :

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (s + t) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{sur l'axe } O_x ,$$

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (s + t) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + t \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad \text{sur l'axe } O_y . \quad (\text{III})$$

2. Les conditions aux limites

Un certain nombre de noeuds du maillage ne sont pas justifiables immédiatement de ces opérations. Ce sont ceux qui sont concernés par les conditions aux limites, à savoir :

- . les noeuds situés sur le pourtour d'une cavité
- . les noeuds situés sur le pourtour extérieur de la zone maillée
- . les noeuds placés à la jonction entre deux bancs.

- les noeuds situés sur le pourtour d'une cavité :

Dans le modèle, la cavité élémentaire est une maille complète. Avant le creusement de la cavité, le point 5 (figure 3) est en équilibre (déplacements nuls) sous l'effet des contraintes initiales qui sont supposées dues à la pesanteur seule. En appelant P la composante de cette contrainte de compression suivant Oy et KP suivant Ox , les contraintes qui s'exercent sur des facettes perpendiculaires aux axes et passant par le point 5 ont pour valeurs :

- P à partir de la maille c ,
- + P à partir de la maille d ,
- KP à partir de la maille a ,
- + KP à partir de la maille b .

P varie avec la profondeur et donc avec l'ordonnée y du point considéré. Avec le repère xOy de la figure 3, les cisaillements sont nuls.

Si la maille "a" est vide de matière, la variation de contrainte induite en "a" par le creusement de cette cavité est fixe et connue. Considérée à partir du point 5, elle sera :

$$n'_x{}^a = - (-KP) = KP$$

$$t'_{xy}{}^a = 0$$

Si en outre la maille "c" était vide de matière, on écrirait dans les équations de l'équilibre du point 5 :

$$n'_x{}^a = KP ; t'_{xy}{}^a = 0 ; n'_y{}^c = - (-P) = P ; t'_{xy}{}^c = 0$$

Une cavité de forme quelconque s'obtient ainsi par juxtaposition de mailles vides. Donnée à titre d'exemple, la figure 4 représente, d'une part la coupe d'une voie de taille dans un gisement penté à 45° et d'autre part une schématisation possible de cette voie dans le cadre du modèle. 36 mailles vides ont été utilisées dans ce cas pour décrire la section de la galerie.

Dans un certain nombre de cas, il est nécessaire de tenir compte de l'influence d'un soutènement mis en place dans la cavité creusée. En général l'action de ce soutènement est opposée à la variation de contrainte naturelle due au seul creusement de la cavité. En supposant que la maille c est vide de matière et que le soutènement exerce une contrainte verticale d'intensité Co sur le point 5, les équations de l'équilibre du point 5 deviennent :

$$t'_{xy}{}^c = 0 \text{ et } n'_y{}^c = P - Co$$

Il est également très facile de tenir compte de la présence du remblai dans une taille en assimilant l'action de celui-ci sur le toit et le mur à l'action d'un soutènement exerçant en chaque noeud du maillage une contrainte C proportionnelle au rapprochement des épontes : on schématise ainsi le remblai par un support de Winkler.

- les noeuds situés sur le pourtour de la zone maillée :

A priori, le milieu représenté dans le modèle est infini : les variations de contraintes et donc les déplacements induits par le creusement d'une cavité sont nuls à une distance infinie de cette cavité. La méthode de résolution adoptée impose en fait que les conditions aux limites soient connues sur le pourtour du domaine (D) de dimensions finies à l'intérieur duquel on peut calculer contraintes et déformations à l'aide des équations précédentes.

Il est évident que si le domaine (D) étudié est "assez grand", il est possible d'admettre que les points situés sur son pourtour extérieur ont le même comportement que des points infiniment éloignés de la cavité sans entacher la solution du problème d'une trop grande erreur. Le problème revient alors à déterminer à partir de quand le domaine (D) est suffisamment grand pour qu'il en soit ainsi.

L'étude de l'influence du creusement d'une galerie circulaire horizontale dans un milieu élastique homogène permet de répondre au moins partiellement à cette question.

D'après la théorie classique de l'élasticité, en supposant que la surface libre est très éloignée du souterrain et que les variations des contraintes initiales sont négligeables sur la hauteur du souterrain, les variations de contraintes induites par l'ouverture de la galerie dans les terrains sont définies par⁽¹⁾ (fig. 5) :

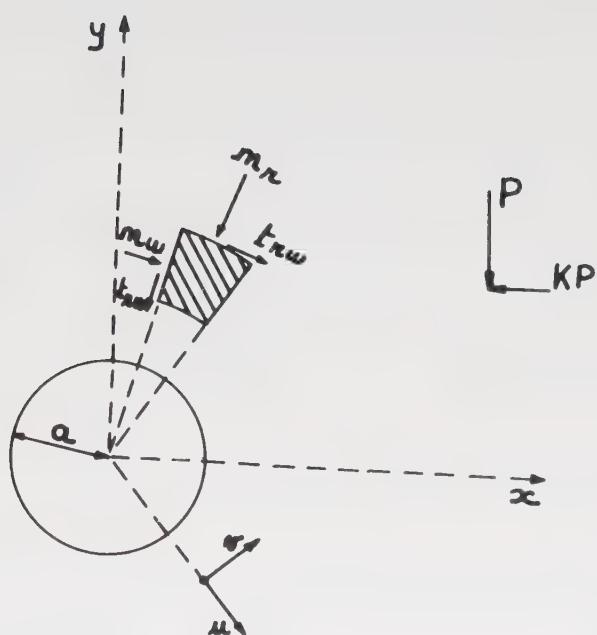
$$n'_r = P \left[-\frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2} \left(4 - 3 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\omega \right] \frac{a^2}{r^2}$$

$$n'_\omega = P \left[\frac{1+K}{2} + \frac{1-K}{2} \frac{3a^2}{r^2} \cos 2\omega \right] \frac{a^2}{r^2}$$

$$t'_{r\omega} = P \left(\frac{1-K}{2} \right) \left(2 - \frac{3a^2}{r^2} \right) \frac{a^2}{r^2} \sin 2\omega$$

$$n'_z = 2 \nu P (1-K) \frac{a^2}{r^2} \cos 2\omega$$

(1) "Les calculs en matière de Pression de Terrains" - J. MANDEL.



GALERIE CIRCULAIRE EN TERRAIN HOMOGENE

FIG. 5

P et KP sont les contraintes principales (suivant les axes Oy vertical et Ox et Oz horizontaux) existant dans les terrains avant le creusement ; ν est le coefficient de Poisson des terrains ; a est le rayon initial de la galerie ; Oz est l'axe de la galerie supposée de longueur infinie ; r et ω sont les coordonnées polaires du point considéré.

D'autre part les composantes (u radiale, v circonférentielle) des déplacements sont données par :

$$u = P \left(\frac{1-K}{4G} \right) \left[4(1-\nu) - \frac{a^2}{r^2} \right] \frac{a^2}{r} \cos 2\omega - P \left(\frac{1+K}{4G} \right) \frac{a^2}{r} ,$$

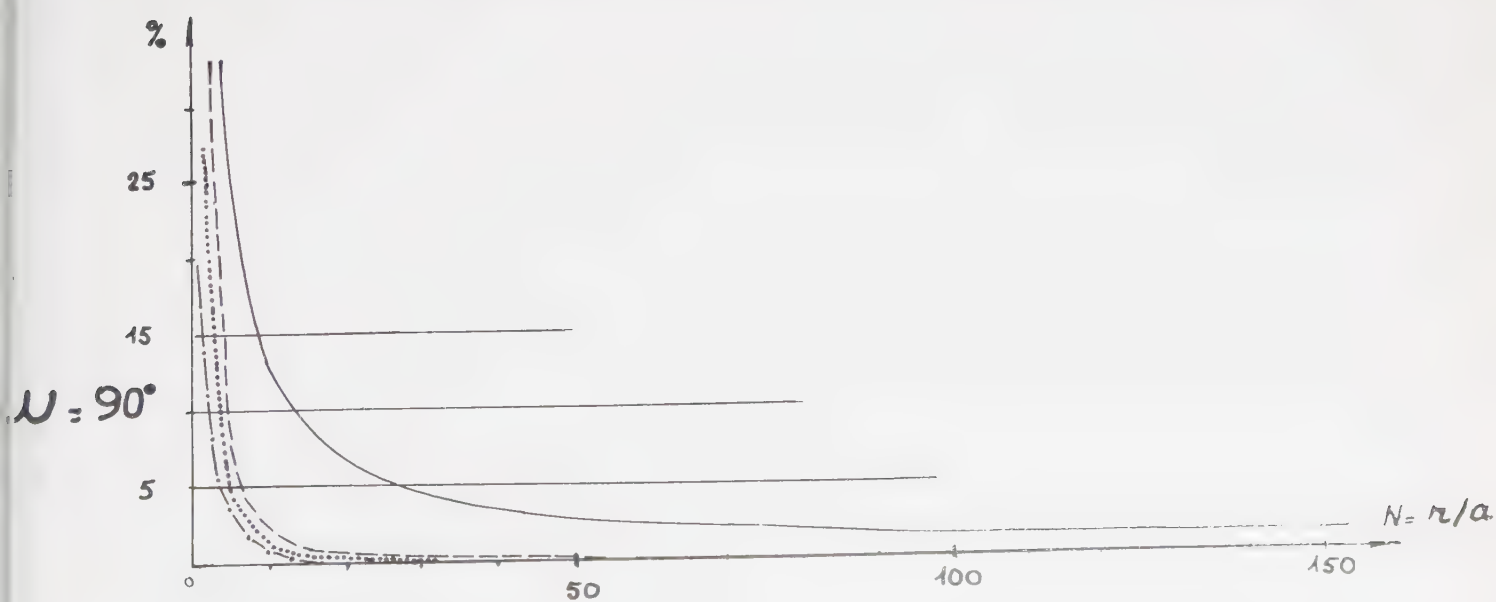
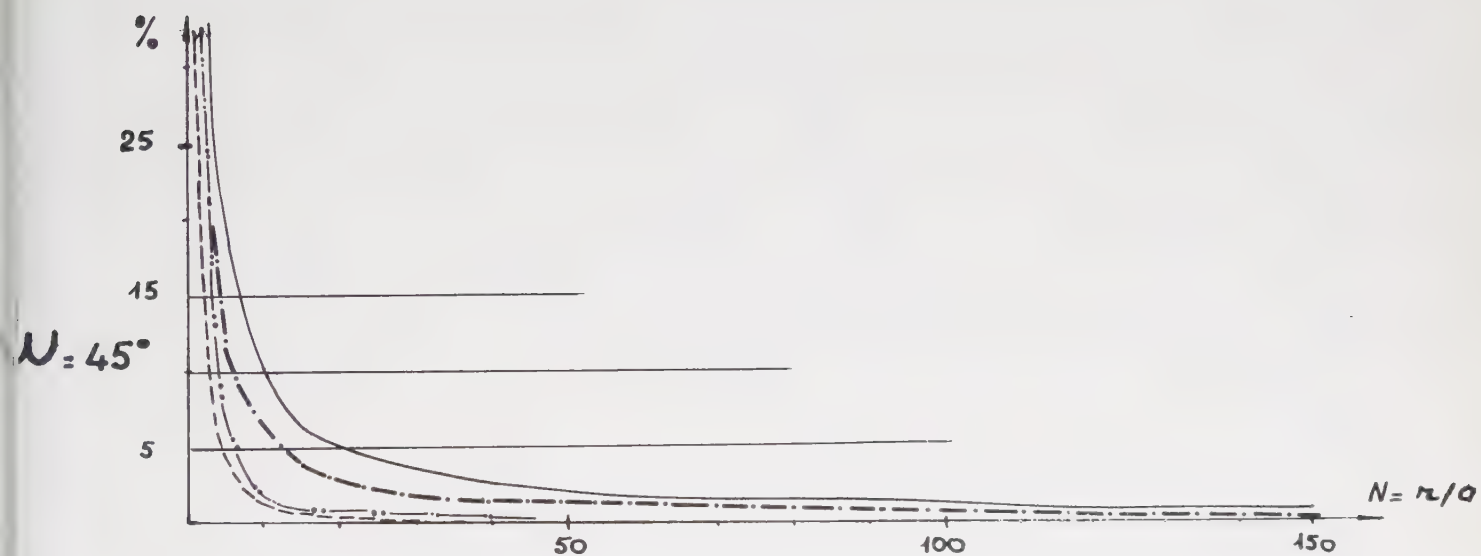
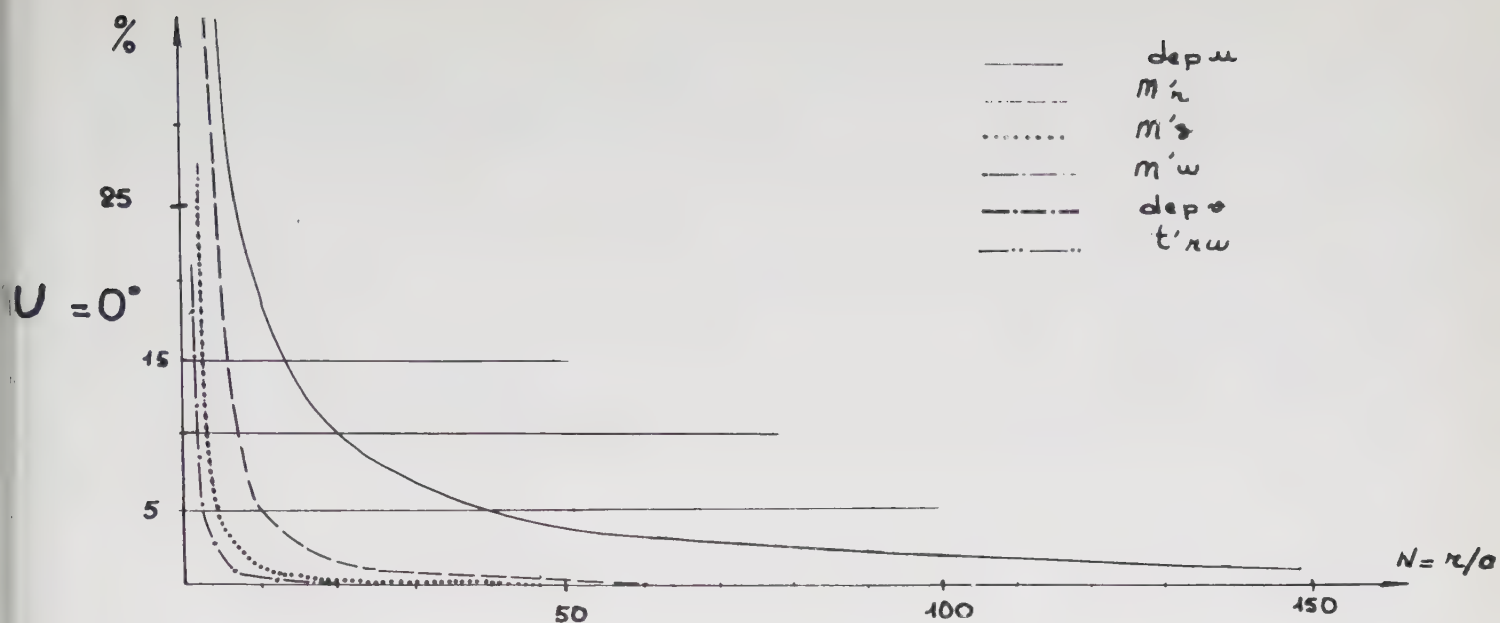
$$v = -P \left(\frac{1-K}{4G} \right) \left[2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right] \frac{a^2}{r} \sin 2\omega ,$$

G étant le module de cisaillement des terrains.

La figure 6 représente l'évolution de $n'r$, $n'\omega$, $t'rw$, $n'z$, u et v en fonction de r pour des valeurs de ω égales à 0° , 45° et 90° dans les conditions moyennes des terrains étudiés sur le modèle, c'est-à-dire avec $\nu = 0,15$ et $K = 0,20$

On constate que quelque soit ω les variations de contraintes tendent beaucoup plus vite vers 0 que les déplacements radiaux, ce qui peut être considéré comme général pour les problèmes étudiés puisque ces déplacements sont une forme intégrale des variations de contraintes. Autrement dit, il serait préférable d'écrire les conditions aux limites sur le pourtour extérieur du maillage sous la forme de variations de contraintes nulles à la frontière ($n' = 0$) plutôt que sous la forme de déplacements nuls en ces points là ($u = 0$).

Il faut cependant, en pratique, adopter ce second type de condition à l'infini. En effet, la solution numérique du problème est beaucoup plus difficile à atteindre si toutes les conditions aux limites sont exprimées en variations de contraintes plutôt qu'en déplacements.



EVOLUTION DES CONTRAINTES ET DES DEFORMATIONS DANS LES TERRAINS EN
FONCTION DE LA DISTANCE AU CENTRE DE LA GALERIE

FIG. 6

Le problème de la précision des calculs se pose alors de la façon suivante. En exprimant les conditions aux limites sur le pourtour du maillage sous la forme $u = 0$; il faudrait, pour que l'erreur soit inférieure à 2 % en ces points, mailler une "surface" égale environ à 2000 fois la section de la galerie(*).

En fait une telle exigence est incompatible avec la méthode de calcul utilisée : une galerie ne pouvait être correctement décrite qu'avec un minimum de 20 ou 30 mailles, le domaine étudié devrait comporter environ 50.000 noeuds, alors qu'il est difficile de traiter des problèmes comportant plus de 10.000 noeuds avec les ordinateurs existant actuellement.

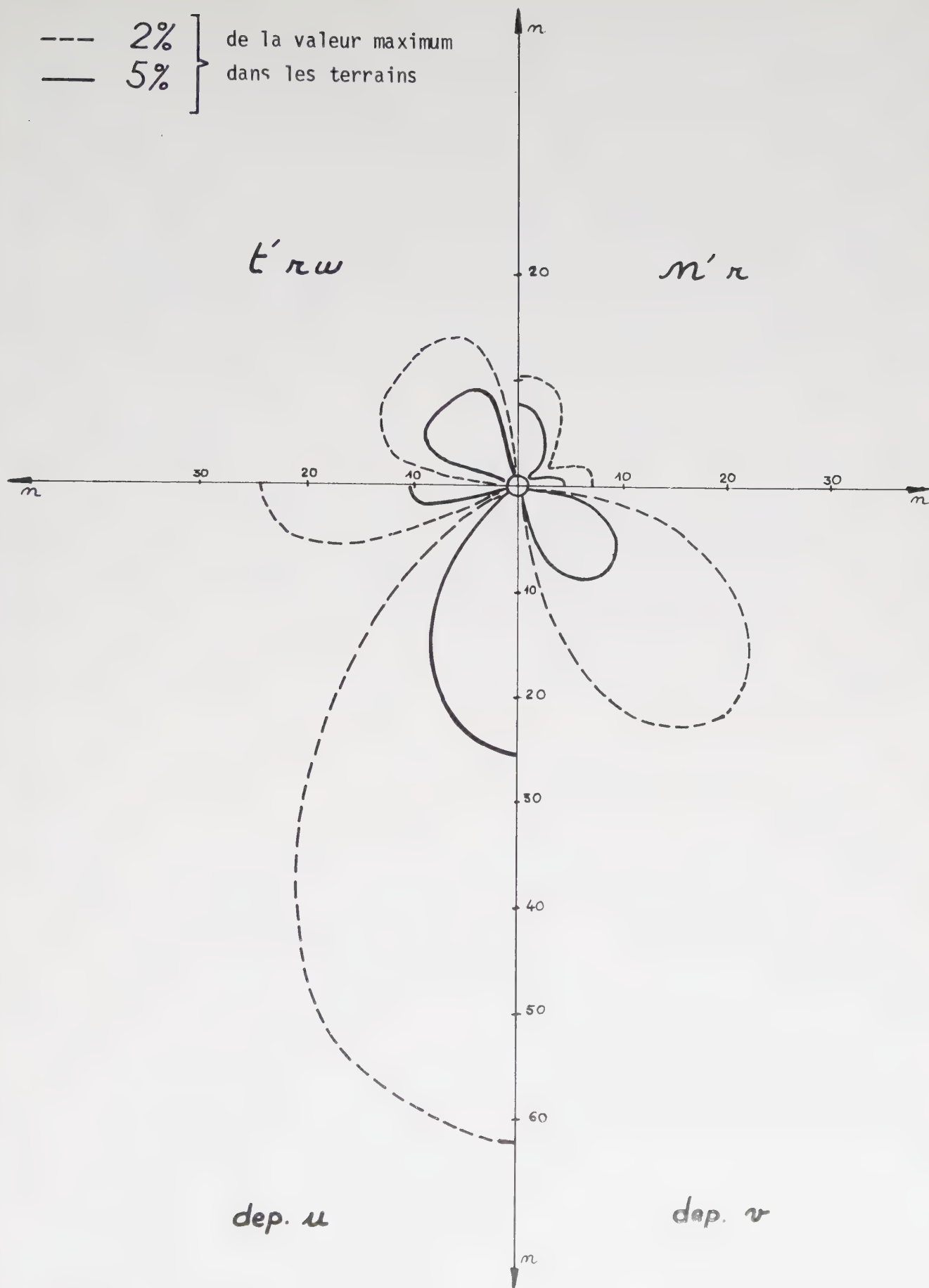
Nous avons porté sur la figure 7 la position des points pour lesquels u , v , $n'r$ et $n'\omega$ sont égaux à 2 et 5 % de leur valeur maximale dans les terrains. On constate qu'en maillant une surface égale à environ 300 fois la section de la galerie, il est possible d'écrire les conditions aux limites à l'extérieur du maillage sous la forme $u = 0$ sans que l'erreur soit supérieure à 5 % pour les points situés sur le pourtour du maillage envisagé.

Lorsque la cavité étudiée dans le modèle n'est plus une galerie mais une taille, il faudrait pouvoir mailler une surface trop grande pour être à même d'écrire les conditions aux limites sous la forme de déplacements nuls. En outre une telle condition serait contraire à la réalité puisque, en général, les terrains situés entre le toit de la taille et la surface libre s'affaissent. Il est donc nécessaire dans ce cas de faire intervenir une surface libre sur le pourtour du maillage au-dessus de la taille. Sur le reste du pourtour du maillage les conditions aux limites étant le plus souvent exprimées sous la forme de déplacements nuls, l'erreur introduite par la méthode de calcul utilisée est sensiblement plus grande que dans le cas précédent(**).

(*) Si la zone maillée est rectangulaire et aucune considération de symétrie n'est possible : c'est en particulier le cas pour les problèmes étudiés en gisement penté.

(**) Néanmoins divers essais de calcul ont montré que les variations de contraintes et l'amplitude relative des déplacements étaient pratiquement indépendants de la position du pourtour extérieur pour la zone située à plus de une fois la longueur de la taille des limites du maillage.

--- 2% } de la valeur maximum
 — 5% } dans les terrains



n = distance au centre de
 la galerie
 une unité = un rayon de la
 galerie

FIG. 7

- les noeuds placés à la jonction de deux bancs :

Deux points infiniment voisins mais appartenant à deux bancs différents pouvant avoir des comportements très différents, tous les noeuds placés à la jonction de deux bancs sont doublés. Ainsi, si la ligne AB, sur la figure 8, représente un plan de séparation de bancs, les points 2, 6, 10 appartiennent au banc supérieur et les points 3, 7, 11 au banc inférieur.

Les points 6 et 7, par exemple, peuvent avoir trois comportements différents :

- . soit ces points restent "collés" l'un à l'autre
- . soit ces points glissent l'un par rapport à l'autre
- . soit enfin, ces points sont indépendants : il y a décollement entre bancs à cet endroit.

Il est toujours possible d'écrire que le couple (6, 7) est en équilibre au milieu des mailles a b c d ; cela revient à écrire :

$$(n'_x{}^a - n'_x{}^b) D_2 + (t'_{xy}{}^c - t'_{xy}{}^d) D_1 = 0$$

et

$$(n'_y{}^c - n'_y{}^d) D_1 + (t'_{xy}{}^a - t'_{xy}{}^b) D_2 = 0 \quad .$$

Seuls les points 6 et 7 sont considérés comme parfaitement solidaires. Le système a b c d est partagé en deux parties symétriques par la ligne AB. A tout système de forces (fp, fn) existant du côté (I) correspond un système symétrique du côté (II).

Il y aura décollement au niveau du couple 6-7 dès que la composante normale au banc fn dans (I) sera supérieure à la composante similaire F que l'on aurait en (II) si b et d étaient vides de matière.

$$\text{En posant } fn = (n'_x{}^a D_2 + t'_{xy}{}^c D_1) \sin \alpha + (n'_y{}^c D_1 + t'_{xy}{}^a D_2) \cos \alpha$$

(α est l'angle au plan AB avec Ox, ou pendage) la comptabilité des systèmes d'équations implique :

$$F = P D_1 \cos \alpha + KP D_2 \sin \alpha$$

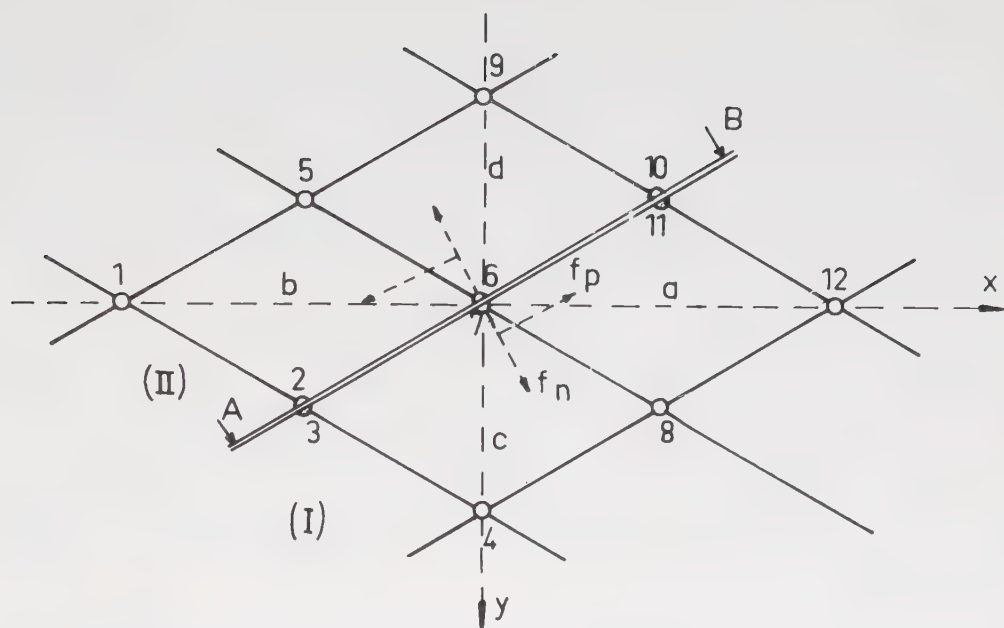


FIG.8 MAILLAGE A LA SEPARATION DE DEUX BANCS

Le décollement se produira dès que la force résiduelle Δf_n sera supérieure à zéro :

$$\begin{aligned} \Delta f_n = f_n - F = & (n'_x{}^a D_2 + t'_{xy}{}^c D_1 - K P D_2) \sin \alpha \\ & + (n'_y{}^c D_1 + t'_{xy}{}^a D_2 - P D_1) \cos \alpha > 0 \end{aligned}$$

Si $\Delta f_n > 0$, les déplacements des points 6 et 7 sont calculés comme si les mailles dans le banc opposé étaient vides de matière. Si $\Delta f_n < 0$, il n'y a pas de décollement. Néanmoins, un glissement peut se produire. En effet, les forces qui s'exercent sur le couple 6-7 dans (I) et (II) ont une composante tangentielle :

$$f_p = (n'_x{}^a D_2 + t'_{xy}{}^c D_1) \cos \alpha - (n'_y{}^c D_2 + t'_{xy}{}^a D_1) \sin \alpha .$$

En remarquant que Δf_n est la composante normale aux bancs de la force qui s'exerce sur le couple 6-7 et f_p sa composante tangentielle, un glissement se produira si :

$$f_p + \mu \Delta f_n > 0 ,$$

en appelant μ le coefficient de frottement statique entre bancs.

Si un glissement est possible, les déplacements des points 6 et 7 sont calculés en respectant les conditions suivantes :

- . le système des forces existant en a b c d a une résultante nulle ;
- . la distance entre les points 6 et 7 mesurée normalement au pendage reste nulle ;

. la composante f'_p existant en (I) et (II) après glissement des points est telle que :

$$f'_p + \mu' \Delta f_n = 0 ,$$

μ' étant le coefficient de frottement dynamique entre bancs^(*).

(*) Si Δf_n et f_p ont été calculés avec une première approximation de u_6 , v_6 , u_7 et v_7 , les accroissements à apporter à ces composantes pour satisfaire aux conditions précédentes sont données par les équations :

$$\delta u_6 = \frac{\cos \alpha \ Z_2 \ (Z_4 - Z_3)}{A} (f_p + \mu' \Delta f_n) ,$$

$$\delta v_6 = \frac{\sin \alpha \ Z_4 \ (Z_1 - Z_2)}{A} (f_p + \mu' \Delta f_n) ,$$

$$\delta u_7 = \frac{\cos \alpha \ Z_1 \ (Z_4 - Z_3)}{A} (f_p + \mu' \Delta f_n) ,$$

$$\delta v_7 = \frac{\sin \alpha \ Z_3 \ (Z_1 - Z_2)}{A} (f_p + \mu' \Delta f_n) ,$$

$$\text{avec } A = Z_1 Z_2 \ (Z_4 - Z_3) \cos^2 \alpha - Z_4 Z_3 (Z_1 - Z_2) \sin^2 \alpha ,$$

$$Z_1 = m_1 \frac{D_2}{D_1} + t_1 \frac{D_1}{D_2} ,$$

$$Z_2 = -m_2 \frac{D_2}{D_1} - t_2 \frac{D_1}{D_2} ,$$

$$Z_3 = m_1 \frac{D_1}{D_2} + t_1 \frac{D_2}{D_1} ,$$

$$Z_4 = -m_2 \frac{D_1}{D_2} - t_2 \frac{D_2}{D_1} .$$

D_1 et D_2 sont les diagonales des mailles ; m et t ont le même sens que dans les équations (I) et (II) et leur indice correspond au banc pour lequel ils sont calculés : 1 pour le banc inférieur, 2 pour le banc supérieur.

Il convient de noter que la forme des équations précédentes change lorsque une ou plusieurs des mailles entourant le couple de points étudiés sont vides de matière.

Chapitre III - MISE EN OEUVRE DE LA METHODE ET PROBLEMES POSES PAR LE CALCUL

La transposition en termes de différences finies des équations différentielles qui régissent le comportement des terrains dans notre modèle permet de ramener le problème de calcul des contraintes et des déformations à la résolution d'un système d'équations linéaires comportant autant d'équations que d'inconnues.

1. Principe de la méthode numérique

Pour écrire les conditions d'équilibre à la séparation de deux bancs, il faut connaître une valeur approchée de l'état de contrainte et de déformation des bancs. Ceci impose le choix d'une méthode de résolution itérative (1).

La Méthode de résolution itérative

Soit à résoudre le système linéaire de n équations à n inconnues

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i ; i = 1, n \quad \text{ou sous forme matricielle} \quad [A] \cdot [X] = [B]$$

Le vecteur solution $[X]$ est unique si $[A]$ n'est pas matrice singulière.

L'équation i peut s'écrire :

$$\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j + a_{ii} x_i + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j - b_i = 0$$

Les méthodes itératives consistent à calculer un nouveau vecteur $[X]_{k+1}$ à partir du vecteur $[X]_k$ en écrivant :

$$(x_i)_{k+1} = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (x_j)_k - b_i}{-a_{ii}}$$

(1) "Précis d'analyse numérique" - J. LEGRAS - Dunod, 1963, pp. 30-33, 39-42.

On peut prendre pour $[X]_0$ le vecteur nul par exemple. Cette formule est applicable si a_{ii} est différent de 0 quel que soit i , ce qui est vérifié pour les matrices $[A]$ formées d'après les équations (I) et (II).

Dans la méthode Gauss Seidel, on utilise dans le second membre tous les x_j calculés à la $k + 1$ ème itération ; si au cours de chaque itération on recalcule les différents x_i dans l'ordre de leurs indices on a :

$$(x_i)_{k+1} = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} (x_j)_{k+1} + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} (x_j)_k - b_i}{-a_{ii}}$$

soit, en posant $\delta_{xi} = (x_i)_{k+1} - (x_i)_k$:

$$\delta_{xi} = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} (x_j)_{k+1} + \sum_{j=i}^n a_{ij} (x_j)_k - b_i}{-a_{ii}}$$

La quantité δ_{xi} peut être multipliée par un coefficient positif $\hat{\omega}$ appelé "facteur de relaxation", destiné à accélérer la convergence. $\hat{\omega} = 1$ correspond à la méthode de Gauss Seidel originale.

L'application de cette méthode à la résolution de notre problème suppose que :

- . les vecteurs $[X]_k$ ainsi calculés tendent vers le vecteur solution $[X]$ quelque soit $[X]_0$.
- . le vecteur solution $[X]$ "tend" vers la solution unique du système d'équations différentielles (III) lorsque D1 et D2 tendent vers zéro.

Unicité de la solution

La correspondance entre la solution numérique du système d'équations linéaires précédent et l'état d'équilibre du milieu étudié suppose que cet état d'équilibre est unique. On sait que cela est vérifié avec les conditions aux limites choisies au moins si les coefficients de frottements entre bancs sont nuls, ou bien s'il n'y a ni glissement ni décollement possibles entre les bancs. Mais dans le cas général, lorsque les coefficients de frottements sont différents de zéro le problème est plus complexe et l'état d'équilibre du milieu élastique décrit dans le modèle peut ne plus être unique. Dans ce cas là, seule la confrontation des résultats du calcul avec les résultats expérimentaux permet de valider la solution obtenue.

Convergence du procédé de calcul utilisé

Lorsque la solution correspondant à l'état d'équilibre du milieu est unique, la convergence des vecteurs $[X]_k$ vers le vecteur solution $[X]$ ne dépend plus que de la forme de la matrice $[A]$ que l'on veut inverser.

Dans le cas général, c'est-à-dire lorsque des glissements à coefficient de frottement non nul et des décollements peuvent se produire, la forme de la matrice $[A]$ varie au cours du calcul, et une étude a priori de la convergence du procédé de calcul utilisé est extrêmement difficile. Dans le cas où glissements et décollements sont impossibles, on peut montrer facilement que le vecteur $[X]_k$ converge vers la solution quelque soit $[X]_0$ initial.

En effet, la matrice $[A]$ est symétrique à termes réels si l'on prend soin de placer dans le vecteur $[B]$ tous les termes introduits par les conditions aux limites ; cette propriété découle de la forme des équations différentielles (III) qui ont conduit à son écriture.⁽¹⁾

(1) "Finite difference methods for partial differential equations" - G.E. FORSYTHE et W.R. WASOW - John Wiley, 1960, p. 190 à 195.

Donnée à titre d'exemple, la matrice $[A]$ obtenue pour un maillage comportant 16 noeuds intérieurs a été explicitée sur la figure 9, les conditions aux limites étant toutes exprimées en déplacements nuls, en posant :

$$b = \frac{m D_2}{D_1} \quad , \quad c = \frac{t D_1}{D_2} \quad , \quad a = 2 b + 2 c \quad , \quad d = s + t$$

$$b' = \frac{m D_1}{D_2} \quad , \quad c' = \frac{t D_2}{D_1} \quad , \quad a' = 2 b' + 2 c' \quad .$$

Cette forme des coefficients a été obtenue en multipliant les équations de l'équilibre par $-D_1 D_2$ afin de rendre le second membre de ces équations homogène à une force.

Sous cette forme, la matrice $[A]$ est définie positive(*).

L'introduction d'une surface libre sur le pourtour du maillage ou la prise en compte d'une cavité ne modifie pas les propriétés de symétrie et de positivité de $[A]$ (**).

Ainsi, d'après le théorème d'Ostrowski, on peut conclure que le procédé itératif décrit plus haut converge vers la solution quelque soit le vecteur $[X]_0$ si le facteur de relaxation est compris entre 0 et 2(1).

(*) En effet, le vecteur $[B]$ du second membre est formé par les composantes des forces à appliquer en chaque noeud pour obtenir un vecteur déplacement $[X]$ tel que $[A] \cdot [X] = [B]$. Le produit scalaire $([X], [B])$ représente le travail fourni par les forces extérieures pour passer de l'état initial (forces et déplacements nuls) à un état d'équilibre différent (déplacements non tous nuls) et est donc positif :

$$[X]^T \cdot [B] = [X]^T \cdot [A] \cdot [X] > 0 \text{ si } [X] \neq [0].$$

C'est là la définition d'une matrice définie positive.

(**) Si les conditions aux limites étaient exprimées sous la forme de variations de contraintes nulles au-dessus des noeuds 1, 2, 3 et 4, les termes diagonaux de la matrice $[A]$ relatifs aux composantes u et v de ces points seraient exactement moitié de ce qu'ils sont dans le cas précédent. Mais la matrice resterait symétrique définie positive. La prise en compte d'une cavité, par exemple dans la maille entourée par les points 6, 7, 10 et 11 entraîne quelques modifications dans cette matrice : les termes placés à l'intersection des lignes et colonnes correspondant aux couples d'inconnues (u_6, u_{11}) , (v_6, v_{11}) , (u_7, u_{10}) , (v_7, v_{10}) sont nuls, les termes diagonaux sont diminués de b pour u_6 et u_{11} , b' pour v_7 et v_{10} , c pour v_6 et v_{11} et c' pour u_7 et v_{10} . La matrice $[A]$ reste symétrique définie positive.

(1) "Matrix Iterative Analysis" - R.S. VARGA - Prentice Hall, 1962, p. 77 à 80.

2. Programmation de la méthode

Organisation générale du calcul

. Principes généraux

Le principe de la programmation de la méthode de calcul est très simple. On prend pour vecteur $[X]_0$ initial le vecteur nul, puis à chaque itération une nouvelle approximation des déplacements u et v de chaque point s'obtient à l'aide des équations de l'équilibre (I) et (II) en général, et des équations plus particulières relatives à l'équilibre des points placés à la jonction de deux bancs.

Ceci revient en fait à calculer pour chacun des points intérieurs du maillage de nouvelles composantes u_k et v_k de telle sorte que ce point soit en équilibre sous l'action des forces qui s'exercent sur lui à partir des mailles immédiatement voisines.

Ainsi pour le point 5 de la figure 3, on commence par calculer :

$$RX = \frac{n'_x{}^a - n'_x{}^b}{D1} + \frac{t'_{xy}{}^c - t'_{xy}{}^d}{D2} ,$$

$$RY = \frac{n'_y{}^c - n'_y{}^d}{D2} + \frac{t'_{xy}{}^a - t'_{xy}{}^b}{D1} ,$$

et on détermine les accroissements δu et δv de u_5 et v_5 tels que RX et RY calculés avec $u_5 + \delta u$ et $v_5 + \delta v$ soient nuls.

Pour un point dont aucune des mailles a , b , c ou d n'est singulière : on a :

$$\delta u = \frac{RX}{2\left(\frac{m}{D1^2} + \frac{t}{D2^2}\right)} ,$$

$$\delta v = \frac{RY}{2\left(\frac{m}{D2^2} + \frac{t}{D1^2}\right)} .$$

$\hat{\omega}$ étant le coefficient de relaxation, les nouvelles valeurs de u_5 et v_5 sont en fait :

$$u_5 + \hat{\omega}\delta u \quad ,$$

$$v_5 + \hat{\omega}\delta v \quad .$$

Le fait que le point 5 soit au contact d'une cavité ou appartienne à une surface libre ne modifie pas le calcul de RX et RY, mais se traduit par une légère modification des dénominateurs des expressions donnant δu et δv .

Il est intéressant de noter que RX et RY sont une forme des contraintes résiduelles qui devraient s'exercer au niveau du point 5 pour que celui-ci soit en équilibre si le vecteur $[X]_k$ utilisé pour les calculer était vecteur solution.

En appelant Σ_k le carré de la norme euclidienne du vecteur résidu obtenu à la $k^{\text{ème}}$ itération, c'est-à-dire la somme des carrés des accroissements δu et δv calculés au cours de cette itération, le vecteur X_k calculé à la $k^{\text{ème}}$ itération sera la solution du système d'équations proposé si $\Sigma_k = 0$. Nous avons considéré que la solution était effectivement atteinte dès que l'on avait $\Sigma_k < \epsilon$ avec ϵ fixé à l'avance.

Les problèmes techniques à résoudre ont trait :

- au repérage des points particuliers rencontrés pendant le "balayage" de tous les noeuds du maillage
- aux moyens d'assurer la convergence du procédé de calcul quand les bancs peuvent glisser et se détacher les uns par rapport aux autres.

Les opérations de repérage sont simplifiées en calculant les nouvelles composantes u et v des noeuds ligne par ligne : la même opération permet de déterminer à quel banc appartient la ligne sur laquelle le calcul va être effectué et si cette ligne se trouve à la séparation de deux bancs. Il suffit pour cela de connaître le numéro des lignes qui sont limites supérieures des bancs par exemple.

Le repérage des points touchant une cavité est également effectué ligne par ligne. Il est nécessaire de connaître en outre le nombre de points touchés par une cavité sur une ligne donnée, leur position exacte sur la ligne (colonne) et leur position relative par rapport à la cavité. Un code numérique permet de déterminer quels n'_x (ou n'_y) et t'_{xy} doivent être remplacés par la variation de contrainte induite immédiatement par le creusement de la cavité.

La méthode utilisée pour calculer les déplacements des noeuds situés à la jonction de deux bancs n'est applicable pratiquement que si une assez bonne approximation des déplacements de presque tous les noeuds du maillage est connue avant cette phase du calcul.

Ceci impose en fait que le calcul soit d'abord effectué comme si les bancs étaient parfaitement solidaires les uns des autres (cas appelé "bancs collés" dans les programmes), et que les possibilités de glissement et de décollement n'interviennent dans le calcul que lorsque la solution du problème précédent a été presque atteinte.

. Organigramme des calculs

Les programmes mis au point pour effectuer ces calculs se divisent en trois grandes parties :

- un sous-programme d'entrée de données et d'initialisation
- des sous-programmes de calcul (résolution du système d'équations linéaires)
- des sous-programmes d'impression des résultats.

Le sous-programme d'entrée (ENTREL) initialise à zéro les déplacements des points et stocke toutes les constantes utilisées dans le calcul. En particulier, il calcule les constantes dépendant des caractéristiques des bancs qui permettent d'évaluer les contraintes dans une maille directement à partir des différences de déplacements, c'est-à-dire du type :

$$AM_i = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu) (1 - 2\nu) D_i}$$

Il calcule en outre la pression P en certains points particuliers du maillage (limite supérieure des bancs).

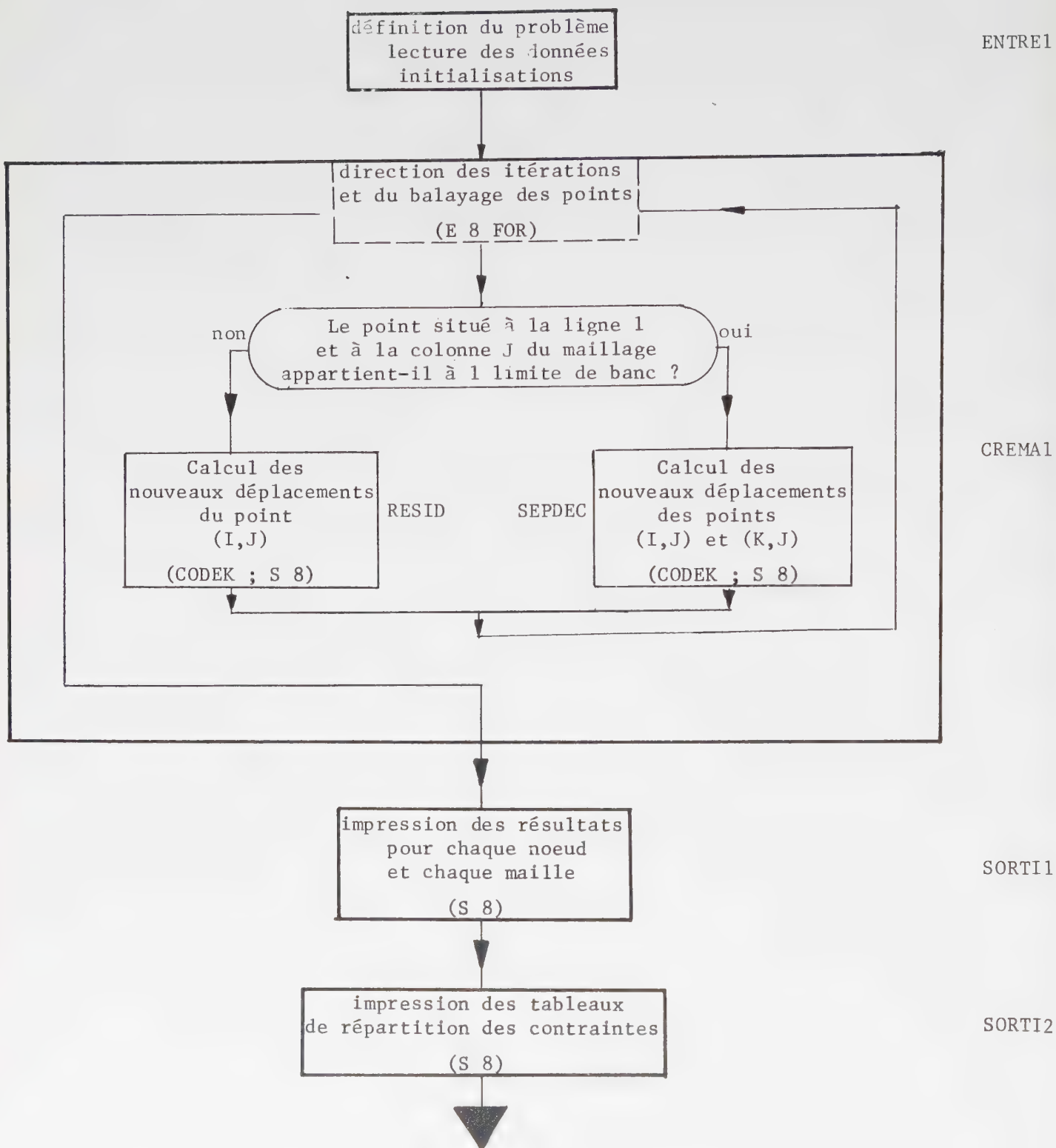
Les sous-programmes de calcul ont une organisation un peu plus complexe. Un sous-programme (CREMA1) dirige les itérations et le balayage. Une itération correspond au balayage complet de tous les points du maillage. Ce balayage s'effectue ligne par ligne en repérant le banc auquel appartient la ligne considérée et les points particuliers de cette ligne. Suivant les particularités de chaque point, le calcul est aiguillé sur des parties différentes du sous-programme qui commandent deux autres sous-programmes. Ces deux sous-programmes (l'un pour les points au contact de deux bancs différents - SEPDEC - l'autre pour les autres points - RESID -) calculent, à partir des coordonnées du point et de tous les renseignements relatifs à la situation du point par rapport à une cavité, une nouvelle approximation des déplacements de ce point. Cette opération est facilitée par l'utilisation d'un sous-programme élémentaire (S 8) calculant directement les contraintes telles que $n'_x{}^a$, $t'_{xy}{}^a$, $n'_y{}^c$, etc... à partir des coordonnées du point considéré et des constantes du type AM du banc auquel il appartient.

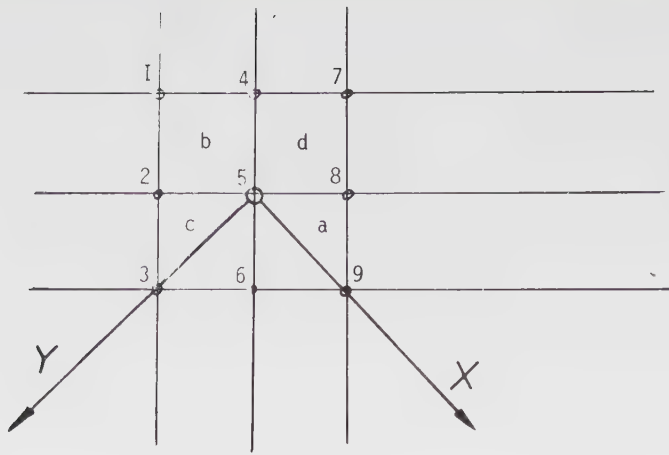
Les sous-programmes E8FOR et CODEK servent à transcrire sous une forme directement utilisable dans le calcul les renseignements relatifs aux variations de contrainte dans les cavités qui sont gardées en mémoire sous forme codée.

Les sous-programmes d'impression des résultats se divisent en deux parties :

- . un sous-programme d'impression point par point (SORTI1) qui donne les déplacements de chaque point du maillage avec un maximum d'informations sur l'état de contrainte dans la maille située immédiatement en bas et à droite du point ;
- . un sous-programme d'impression "graphique" (SORTI2) qui dresse les tableaux des valeurs des différentes composantes des contraintes au centre des mailles.

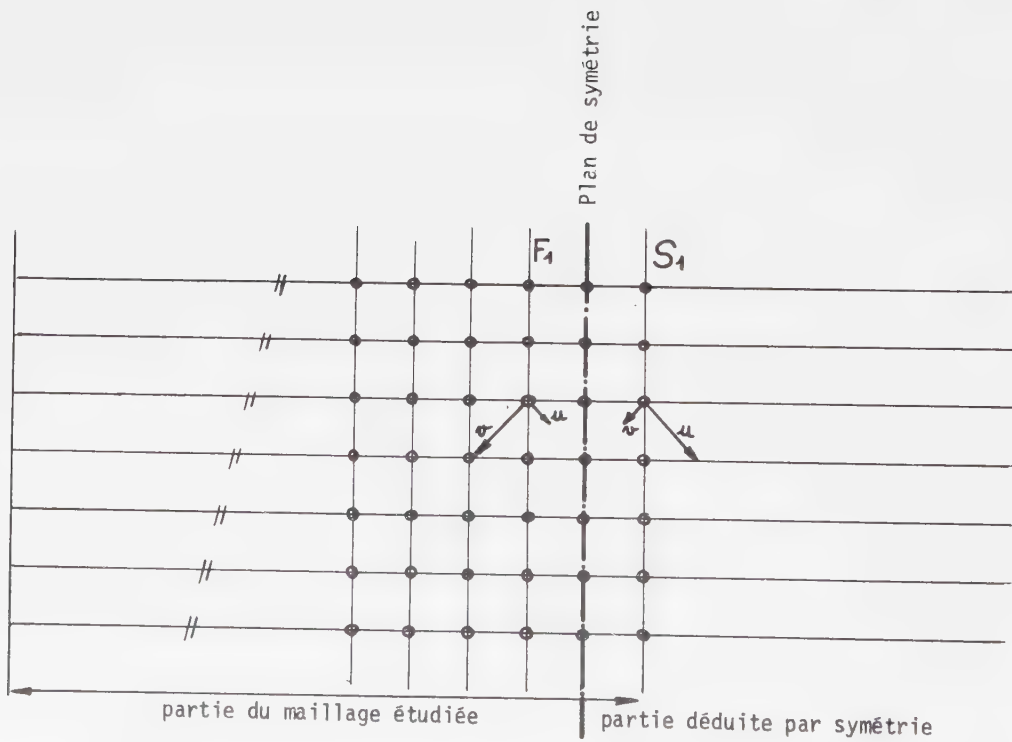
L'ordinateur que nous avons utilisé (IBM serie 360, modèle 44, 64 K octets) nous a permis de traiter des problèmes comportant 3000 points (par exemple un maillage comportant 60 lignes et 50 colonnes).





MAILLAGE CARRE UTILISE POUR LES PROBLEMES EN GISEMENT PLAT

FIG. 10



PRISE EN COMPTE D'UN PLAN DE SYMETRIE DANS LE MODELE

FIG. 11

Les programmes de calcul mis en oeuvre

Les éléments de calcul exposés jusqu'ici ont tous trait aux cas pour lesquels le pendage n'est pas nul. Un maillage utilisable en plateurs s'obtient immédiatement en prenant le cas d'un pendage de 45° et en effectuant une rotation du système d'axe de $-\pi/4$ (fig. 10).

Il convient de remarquer que dans ce cas là les variations de contraintes induites par le creusement d'une cavité changent de forme : les contraintes initiales qui s'exercent sur les facettes perpendiculaires aux nouveaux axes ne sont plus contraintes principales. Ainsi en appelant toujours P et KP les contraintes initiales qui s'exercent sur des plans respectivement horizontaux et verticaux passant par le point 5 (figure 10), le fait que la maille a appartienne à une cavité se traduira pour le point 5 par :

$$n'_x{}^a = P \frac{1+K}{2} \quad \text{et} \quad t'_{xy}{}^a = P \frac{1-K}{2}$$

D'autre part, dans la mesure où l'excavation ou le système de cavités étudié est symétrique par rapport à un plan vertical, ce qui est généralement le cas, rien ne s'oppose à ce que l'on étudie seulement une moitié du maillage, en déduisant l'autre par symétrie.

Dans le calcul ceci se réalise très facilement en faisant passer le plan de symétrie par une "colonne" comme sur la figure 11, et en écrivant à chaque itération que les déplacements des noeuds de la colonne S_1 sont symétriques de ceux de la colonne F_1 , c'est-à-dire avec le système d'axes choisi :

$$u_s = v_f \quad \text{et} \quad v_s = u_f$$

Pour tenir compte de ces différences entre les deux types de maillage, nous avons été conduits à écrire deux programmes de calcul, l'un pour le cas des gisements pentés, l'autre pour le cas des gisements plats. En fait, ils ne traduisent qu'un seul et même modèle : la logique du calcul et la forme générale des équations utilisées sont absolument identiques.

Une fois ces programmes de calcul mis au point, les différentes applications du modèle que nous avons envisagées se réduisent en général à la transcription sous forme codée des caractéristiques du milieu étudié, de la forme des cavités et des conditions aux limites particulières telles que les surfaces libres considérées, ou les éléments de soutènement dans les excavations.

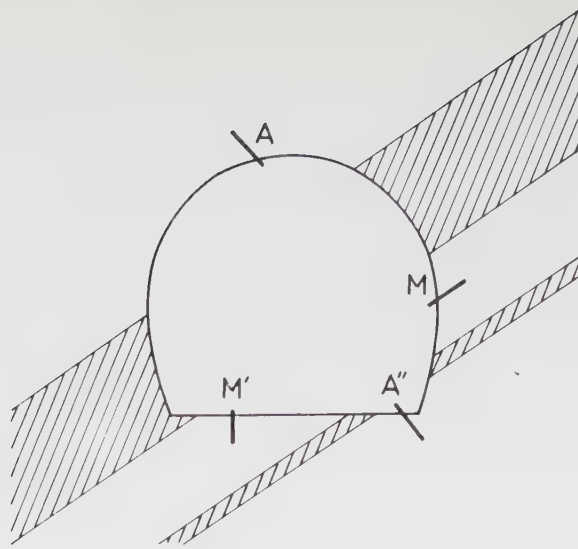
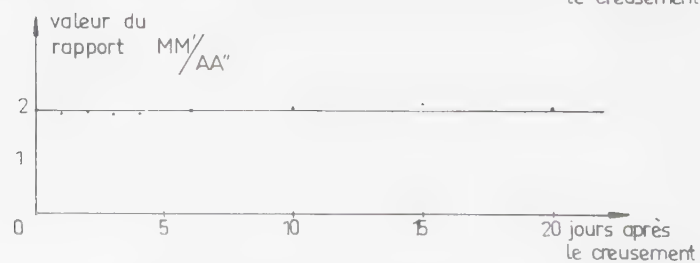
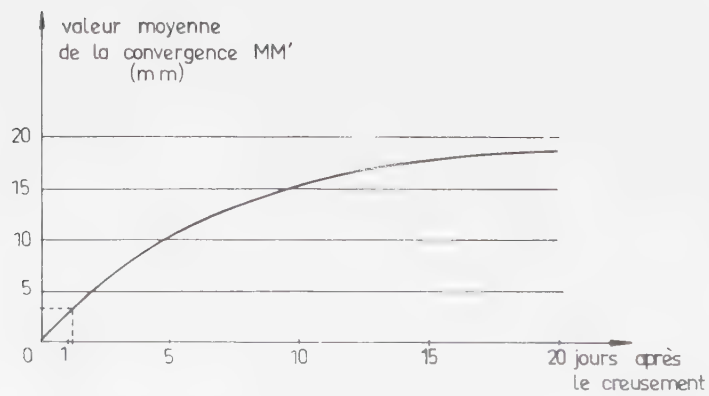
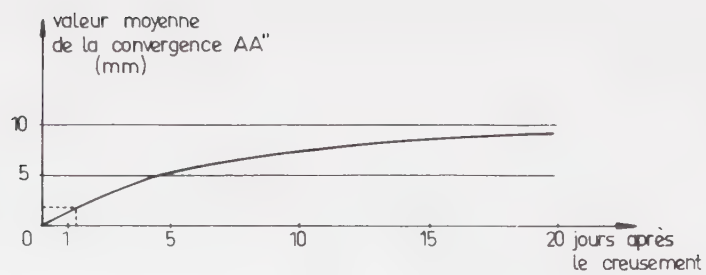


FIG.12 SIEGE BONNEL VEINE 8
SCHEMA DE STATION DE MESURE



SIEGE BONNEL VEINE 8
COURBES MOYENNES EN
FONCTION DU TEMPS

2ème Partie

LES APPLICATIONS DU MODELE

Chapitre I - CONTRAINTES ET DEFORMATIONS AU CREUSEMENT DANS UNE VOIE DE NIVEAU EN GISEMENT PENTE

Les premières mesures de déformations en voie de niveau en gisement penté ont été faites au Siège Bonnel du Groupe d'Exploitation de Douai (HBNPC) au moment du creusement de la voie de base du panneau F de la veine n° 8 dans le bloc C1, veine caractérisée par la présence d'une passée charbonneuse dans le mur.

Nous avons mesuré sur 12 stations (figure 12) posées le plus près possible du front de creusement, les convergences des doublets AA'' et MM', c'est-à-dire le rapprochement relatif des quatre broches A et A'', M et M'. La figure 13 représente les valeurs moyennes de ces convergences en fonction du temps. On constate que :

- . les mouvements sont de très faible amplitude , de l'ordre du millimètre par jour durant les premiers jours de vie de la voie.
- . les mouvements mesurés sur MM' sont environ deux fois plus forts que ceux mesurés sur AA''.

Ce rapport entre les amplitudes des mouvements mesurés sur MM' et AA'' ne s'explique pas immédiatement et peut même paraître choquant quand on cherche à se faire une image simple du comportement des terrains aux alentours de la voie : les résultats classiques du calcul des déformations du tunnel circulaire dans une masse élastique homogène conduisent à attendre des mouvements d'amplitude tout au plus équivalente sur MM' et sur AA''.

Dans un autre chantier (Siège Barrois, Veine n° 15), où les bancs du toit et du mur avaient des caractéristiques mécaniques à peu près identiques, nous avons observé que le rapport MM'/AA'' était toujours infé-

rieur à 1, sauf pour certaines zones où il était supérieur à 3. Ces zones étaient caractérisées par la présence de passées argileuses visibles dans le mur.

Ces observations suggèrent trois questions :

- est-ce qu'un rapport de convergences MM'/AA'' supérieur à 1 est compatible avec un comportement élastique des terrains ?
- l'ordre de grandeur de ce rapport n'est-il pas lié simplement à la stratification des terrains et plus précisément à la présence d'un plan de glissement privilégié dans la charge du mur ?
- est-ce que ce phénomène n'est pas la manifestation, parfaitement inoffensive ici, d'un état de contraintes qui dans d'autres conditions, pendage plus élevé par exemple, pourrait être à l'origine de ce que l'on appelle un glissement de mur ?

1. Cas de la voie étudiée en veine n° 8

Pour répondre à la première question, nous avons transposé le cas de la voie étudiée en veine n° 8 dans le cadre de notre modèle.

Les caractéristiques mécaniques attribuées aux différents bancs ont été déterminées à la suite d'essais sur éprouvettes en laboratoire. Les coefficients de frottement entre bancs ont été choisis très petits pour tenir compte des venues d'eau que l'on pouvait noter en différents endroits dans la voie.

Enfin, pour mieux approcher la forme de la galerie et limiter les erreurs dues à un maillage trop grossier sur son pourtour, nous avons effectué les calculs en deux temps. Un premier calcul effectué sur le maillage complet donne une approximation des déplacements à une certaine distance de la galerie. En utilisant ces résultats, le calcul est ensuite effectué sur une zone plus réduite avec un maillage fin (division par 4 de la surface des mailles). La figure 14 représente la voie où les mesures ont été faites et sa schématisation dans le cadre du modèle (avec le maillage le plus fin). Les tableaux suivants rassemblent les valeurs données aux différentes caractéristiques géométriques et mécaniques pour effectuer le calcul.

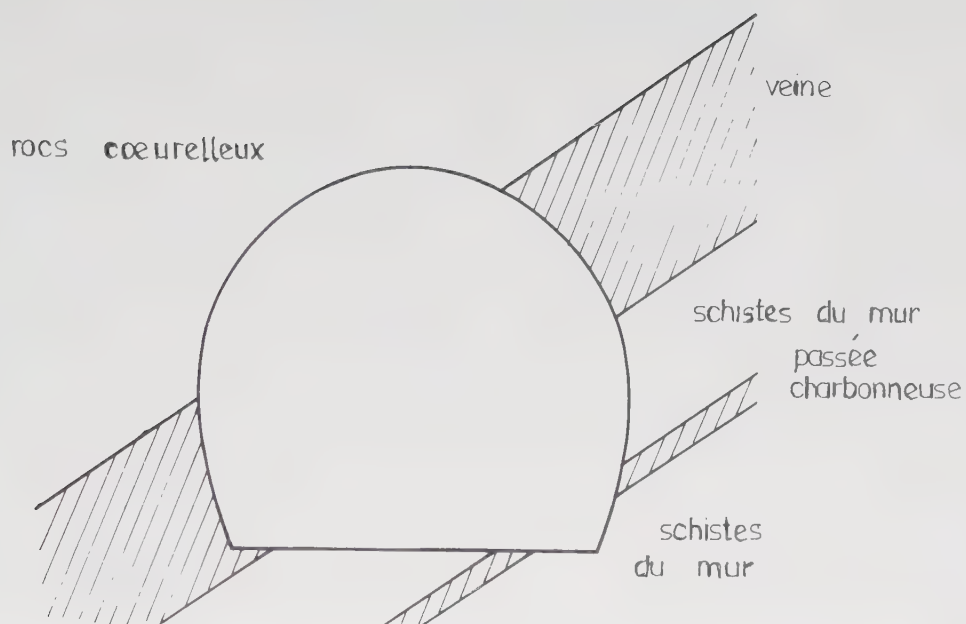


FIG14a COUPE SIMPLIFIEE DES TERRAINS
ENTOURANT LA VOIE ETUDIEE AU
SIEGE BONNEL (VEINE 8)

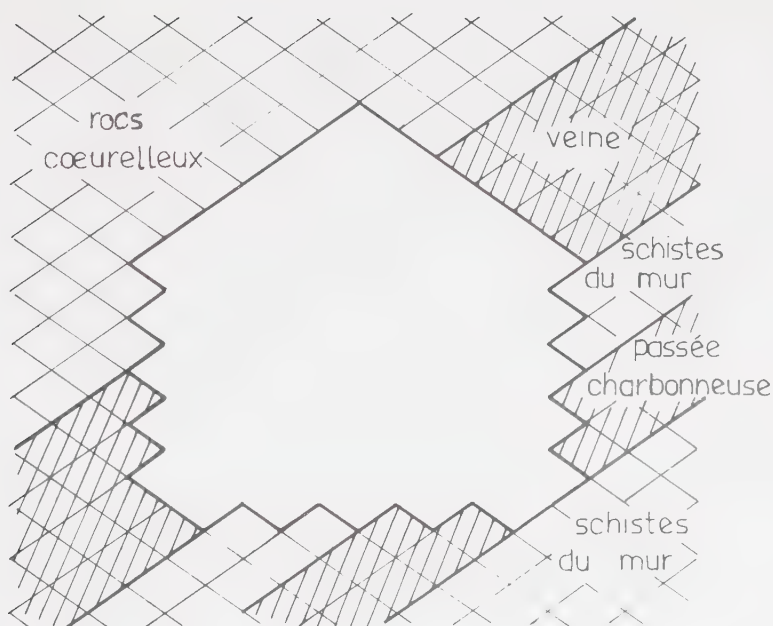


FIG14b SCHEMATISATION DE LA VOIE ETUDIEE

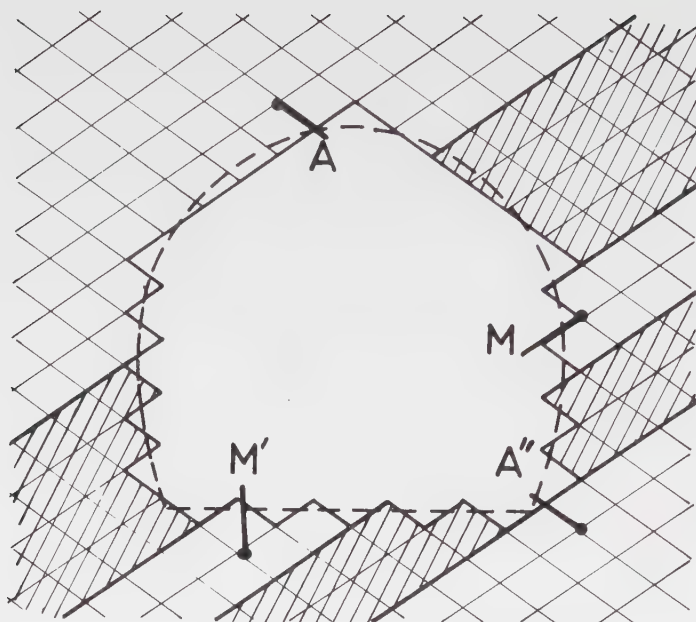
CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

Caractéristiques	Valeur mesurée in situ	Valeur dans le modèle
Diagonale horizontale de la maille		1,015 m puis 0,508 m
<u>Pendage</u>	35° environ	35°
<u>Stratification</u>		
- puissance de la couche	1,05 m	1,15 m
- 1er banc de schistes du mur	0,80 m à 1,00 m	0,58 m
- passée charbonneuse	0,15 m à 0,20 m	0,58 m
<u>Forme de la galerie</u>		
- entaillage du toit	0,80 m environ	0,58 m
<u>Profondeur</u>	410 m	410 m

CARACTERISTIQUES MECANIQUES

Banc	Coefficient de Poisson	Module de Young	Masse spécifique	Coefficient de frottement
Rocs du toit	0,10	1800 kg/mm ²	1,8 kg/dm ³	0,20 ---
Veine	0,14	250 kg/mm ²	1,45 kg/dm ³	
1er banc du mur	0,14	1000 kg/mm ²	1,7 kg/dm ³	0,20 ---
Passée charbonneuse	0,14	250 kg/mm ²	1,45 kg/dm ³	
2ème banc du mur	0,14	1000 kg/mm ²	1,7 kg/dm ³	0,05 ---

La résolution complète du problème ainsi défini a représenté environ 1 heure de calculs sur ordinateur IBM 360-44.



IMPLANTATION DES BROCHES DE
MESURE SUR LE SCHEMA DE
LA VOIE

FIG. 15

Les résultats du calcul donnent immédiatement les déplacements de chaque noeud mesurés parallèlement et perpendiculairement au pendage. Mais pour comparer aux résultats des mesures ceux du calcul, il convient de déterminer les points d'ancrage des broches de mesure sur le schéma adopté pour la voie.

On peut admettre que les broches M et M' sont ancrées au milieu du premier banc du mur. La broche A est ancrée dans le toit, perpendiculairement aux épontes, et à 0,60 m environ de l'affleurement de la veine, et la broche A'' dans le deuxième banc du mur, au-delà de la passée charbonneuse, comme indiqué sur la figure 15. Le point d'ancrage de ces broches est situé à 30 cm de profondeur. Enfin, on peut raisonnablement penser que les convergences mesurées sur MM' sont des mouvements qui se donnent parallèlement au pendage et celles mesurées sur AA'', des déplacements perpendiculaires aux épontes.

Les valeurs obtenues pour les déplacements des différentes broches par le calcul sont données dans le tableau ci-dessous :

déplacement de M parallèlement au pendage	déplacement de M' parallèlement au pendage	déplacement de A perpen- diculairement au pendage	déplacement de A'' perpen- diculairement au pendage	convergences		rapport $\frac{MM'}{AA''}$
				MM'	AA''	
1,33 mm	2,02 mm	0,86 mm	0,96 mm	3,35 mm	1,82 mm	1,84

(Les déplacements sont comptés positivement vers le vide de la voie).

Le rapport des convergences MM' aux convergences AA'' est proche de la valeur 2 correspondant aux résultats des mesures faites in situ.

Pour comparer l'amplitude des convergences mesurées dans la voie avec les convergences calculées indiquées dans le tableau, nous avons reporté, sur les courbes expérimentales de la figure 13, les valeurs calculées des convergences : on constate qu'elles correspondent à peu près aux mouvements subis le premier jour suivant le creusement. Un tel résultat n'est pas surprenant : l'hypothèse d'un comportement élastique des terrains n'est, au mieux, admissible que dans les premiers instants de la vie d'une voie.

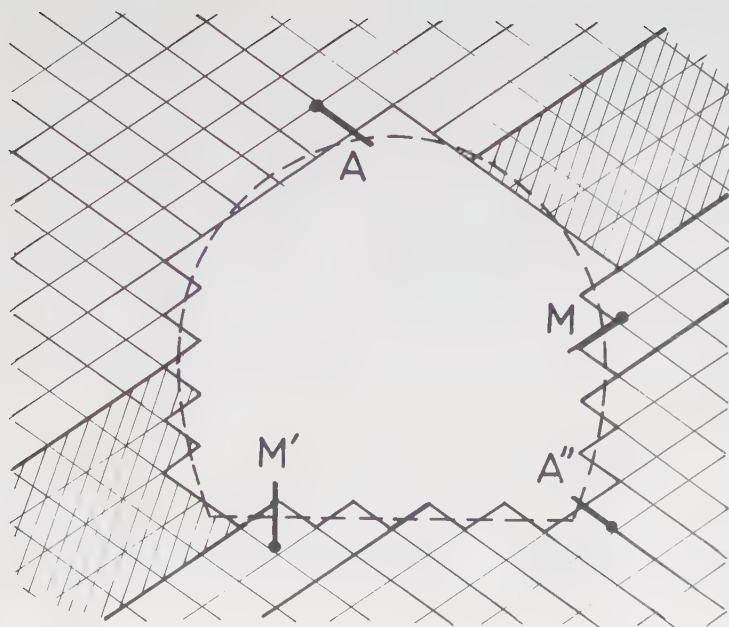
2. Influence du plan de glissement

Le modèle permet surtout de rechercher la cause mécanique de la différence d'amplitude des mouvements observés parallèlement et perpendiculairement aux épontes, et ainsi de répondre à la deuxième question posée. Un calcul similaire effectué sur un schéma où la passée charbonneuse a été ignorée, c'est-à-dire où les deux bancs du mur ne font qu'un, montre que le rapport des mouvements MM'/AA'' est inférieur à l'unité. Ce résultat indique que la passée charbonneuse joue un rôle essentiel dans le phénomène étudié. Deux interprétations sont alors possibles :

- . la passée joue le rôle d'un plan de glissement privilégié
- . seules les différences entre caractéristiques élastiques jouent un rôle et les phénomènes de glissement entre bancs n'ont qu'une importance secondaire.

La première hypothèse se traduit par un schéma similaire au précédent, mais où la passée charbonneuse est éliminée en ne laissant subsister qu'un seul plan de glissement privilégié (figure 16), la seconde par le schéma initial mais en supprimant les possibilités de glissement entre bancs.

Les résultats du calcul, portés sur le tableau suivant montrent qu'un simple plan de glissement dans la charge de mur peut entraîner des mouvements deux fois plus importants sur MM' que sur AA'' .



SCHEMA DE LA VOIE ETUDIEE AVEC PLANS
DE GLISSEMENT SANS PASSEE CHARBONNEUSE

FIG. 16

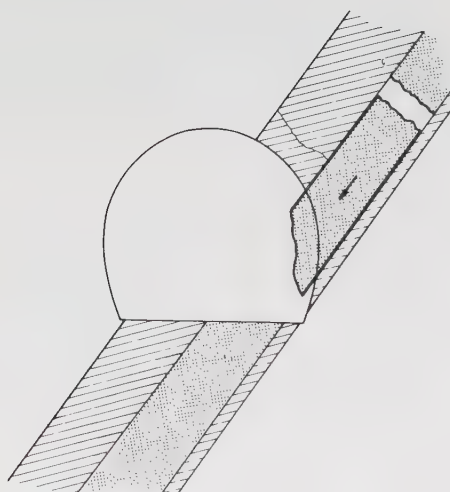
	déplacement de M parallèlement au pendage	déplacement de M' parallèlement au pendage	déplacement de A perpendi- culairement au pendage	déplacement de A''perpen- diculairement au pendage	convergences		rapport
					MM'	AA''	$\frac{MM'}{AA''}$
plan de glissement	1,01 mm	1,84 mm	0,85 mm	0,77 mm	2,85 mm	1,62 mm	1,76
ans glissement possible	-0,23 mm	1,05 mm	0,83 mm	0,61 mm	0,82 mm	1,44 mm	0,57 mm

3. Etude des contraintes dans les terrains entourant une voie de niveau

Les observations

Outre l'état de déformation des terrains, le calcul donne également la répartition des contraintes induites par le creusement de la voie. Les seuls éléments expérimentaux qui permettent de vérifier ces résultats sont les phénomènes de rupture que l'on peut observer dans certaines voies. Dans certaines conditions, en l'absence de toute exploitation, il peut se produire des glissements d'éponte : le banc de schistes situé à l'amont entre la veine et une passée charbonneuse ou argileuse se rompt à une certaine distance du parement et glisse vers le vide de la voie, comme schématisé sur la figure 17. Ce phénomène suppose d'une part qu'il y ait eu rupture du banc à une certaine profondeur, et d'autre part que la contrainte normale au pendage soit assez faible pour que les terrains puissent glisser sous l'effet de leur propre poids.

Dans les voies où le toit est relativement feuilleté, on peut parfois observer en ferme des mouvements importants dans le toit, comme schématisé sur la figure 18. Ces déformations présentent un maximum dans la



SCHEMATISATION DE LA RUPTURE
DU PREMIER BANC DU MUR

FIG. 17

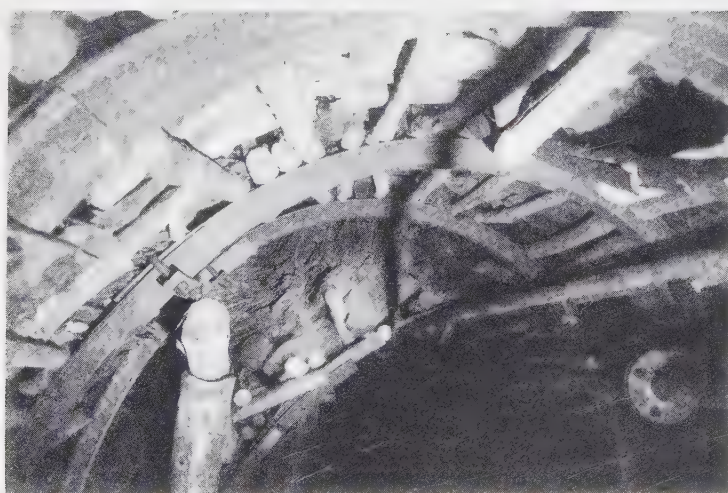


FIG. 18 SIEGE DECHY VEINE DELLOYE
EXEMPLE DE DEFORMATION DU TOIT

partie aval du toit et sont caractérisées par un plan de rupture. On peut se demander si ce phénomène provient d'une flexion simple du toit ou bien s'apparente au flambage d'une poutre.

Résultats du calcul

Les contraintes qui s'exercent normalement au pendage dans les terrains entourant la voie se répartissent assez simplement. La figure 19 a montre en particulier deux zones d'extension pure figurées en noir au toit et au mur de la voie. La compression est maximum dans les zones hachurées, à 50 cm environ du parement amont et à proximité du parement aval.

Les contraintes qui s'exercent dans les terrains suivant une direction parallèle au pendage font apparaître des zones d'extension séparées au toit et au mur. La figure 19 b montre, en particulier, une zone d'extension à l'intérieur du premier banc du mur à l'amont, dans la zone où la contrainte normale au pendage présente une compression maximum. Ce sont les conditions les plus favorables pour qu'une rupture par cisaillement se produise, comme le montre la figure 20, en admettant que la courbe intrinsèque donnée corresponde à celle du schiste à cet endroit là.

Toutefois, la distance de cette zone au parement de la voie est relativement faible. Pour expliquer la possibilité d'un glissement d'épaves et, par conséquent, la mise en mouvement sous l'effet de son poids d'une masse beaucoup plus importante de schistes, il faut tenir compte du fait que le charbon, à l'amont de la voie, est soumis à un état de contrainte analogue à celui observé pour le premier banc du mur : il en résulte un comportement plastique qui a pour effet de rejeter vers l'amont la zone de surcompression.

Les figures 19 font aussi apparaître deux zones particulières dans le toit de la voie, du point de vue de la répartition des contraintes. Tout à fait en couronne, les terrains sont en extension suivant les directions normales et parallèles au pendage, comme le montre la figure 21.

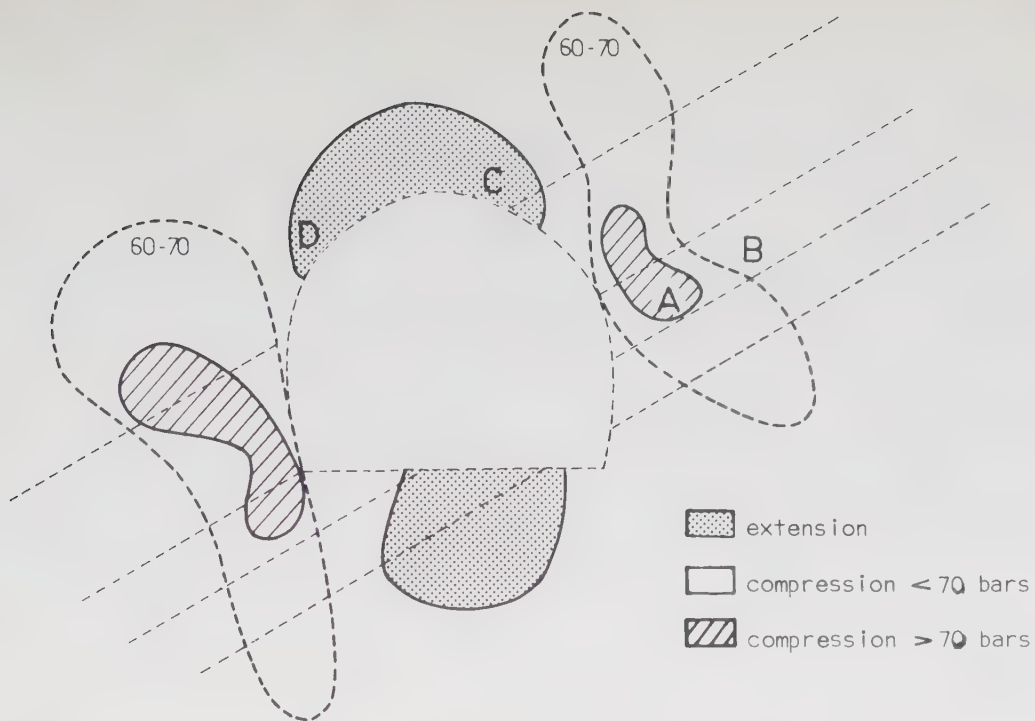


FIG. 19a REPARTITION DES CONTRAINTES
NORMALES AU PENDAGE

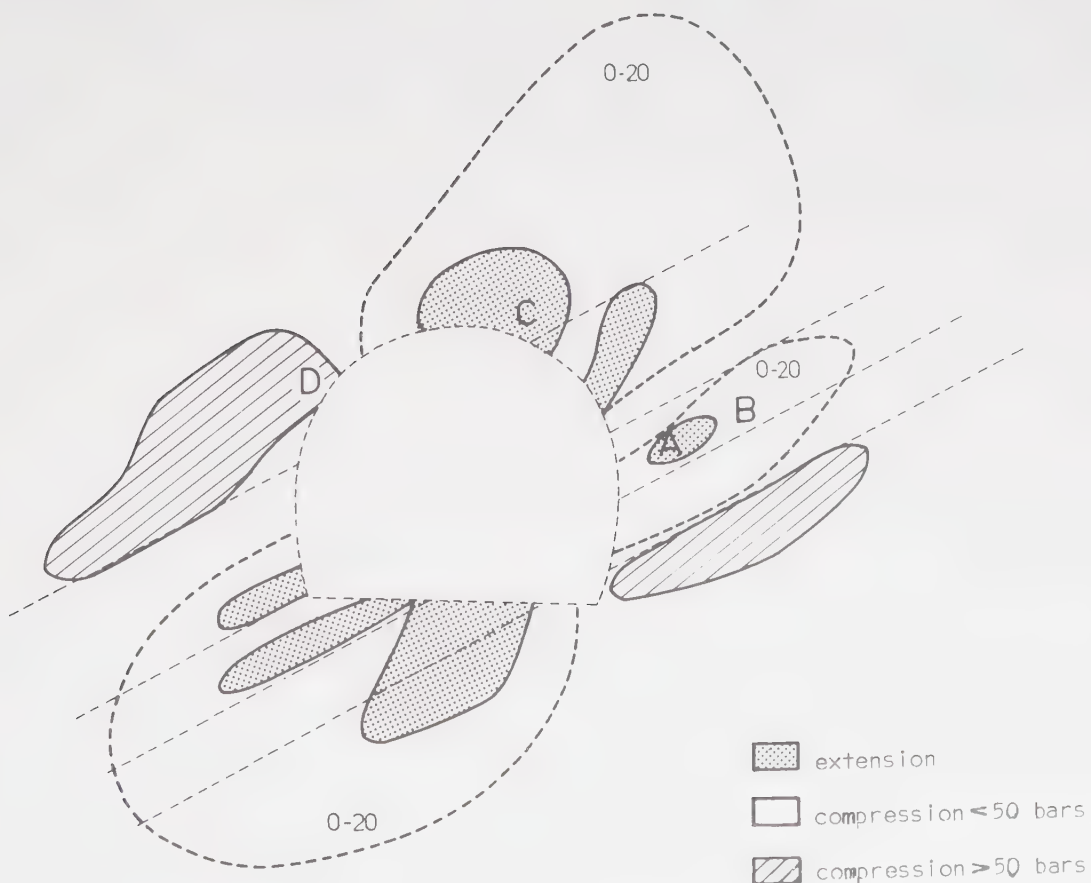


FIG. 19b REPARTITION DES CONTRAINTES
PARALLELES AU PENDAGE

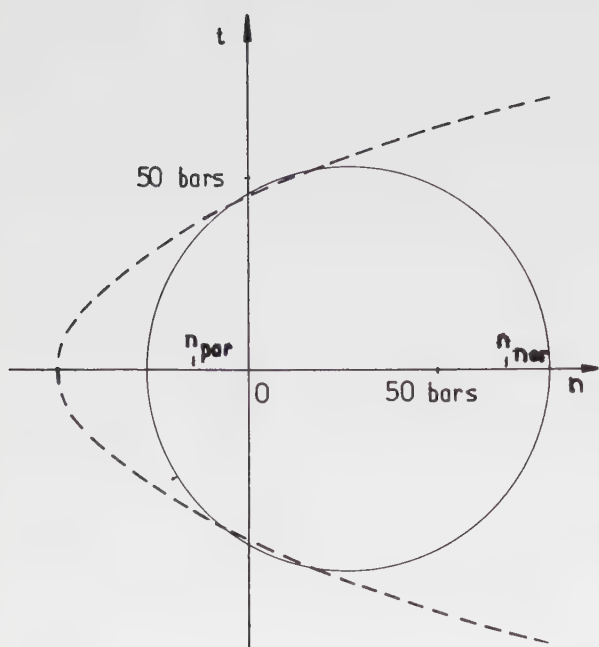


FIG.20a CERCLE DES CONTRAINTES

AU POINT A

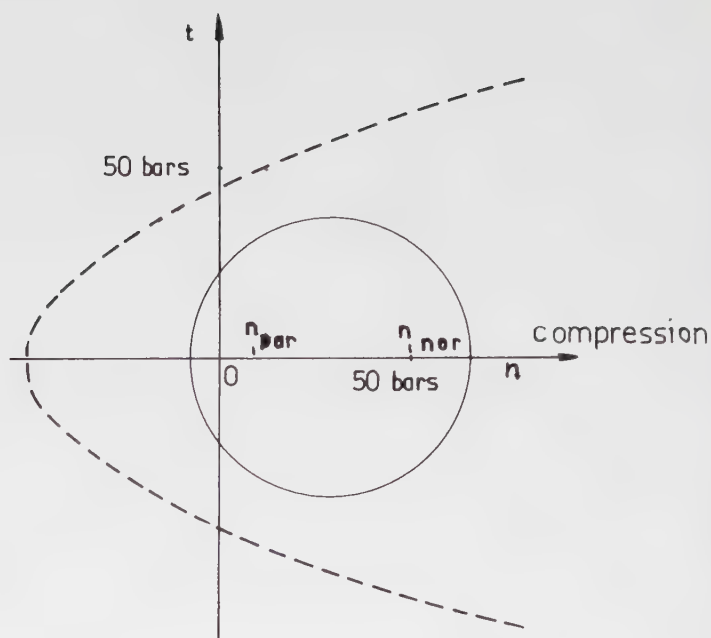


FIG.20b CERCLE DES CONTRAINTES

AU POINT B

L'intersection du cercle et de la courbe intrinsèque correspond à une rupture.

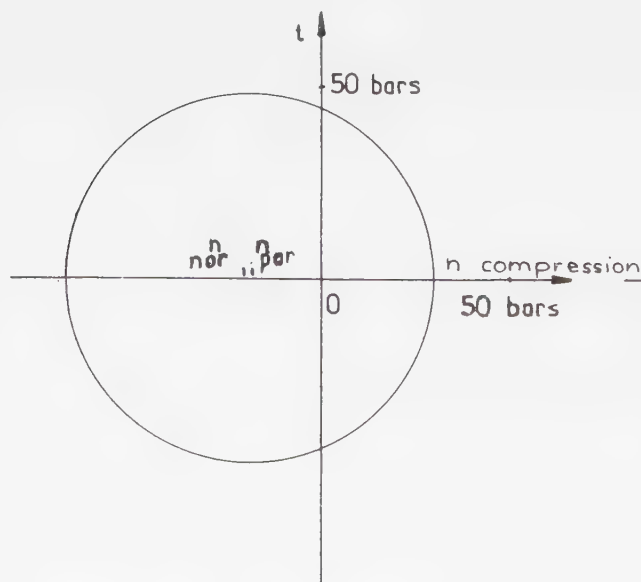


FIG.21 CERCLE DES CONTRAINTES

AU POINT C

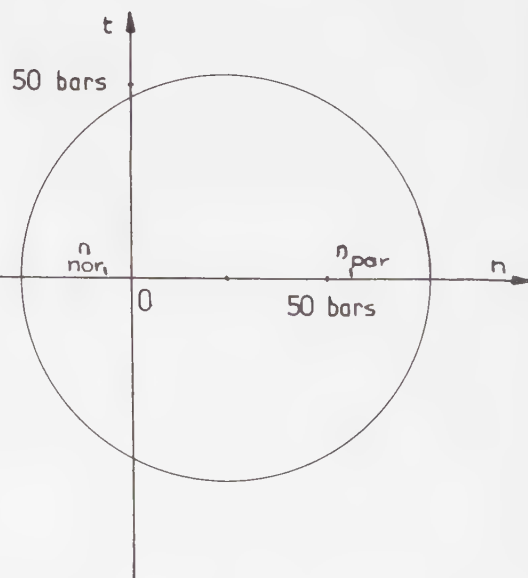


FIG.22 CERCLE DES CONTRAINTES

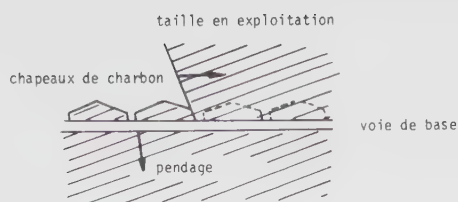
AU POINT D

Cet état de contraintes peut entraîner une rupture qui se traduira par l'écaillage des terrains au centre de la voie.

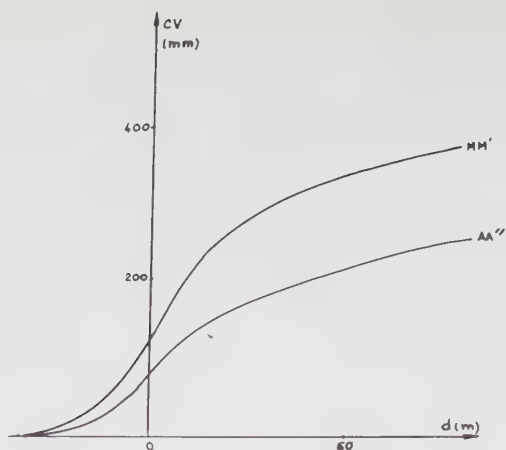
Enfin, à proximité du parement aval, dans une petite zone du toit, la contrainte normale à la stratification correspond à une extension, alors que la compression parallèlement au pendage est relativement forte, comme le montre la figure 22. Ceci peut expliquer que, dans des conditions très défavorables, on observe en ferme une rupture des bancs du toit dans cette zone, comme celle schématisée sur la figure 18. L'état de contrainte calculé montre que ce type de déformation est beaucoup plus proche du flambage d'une poutre que de sa simple flexion.

4. Conclusion

Le modèle a donc permis, d'une part d'expliquer les mouvements relativement importants fréquemment observés dans les bancs du mur, d'autre part d'expliquer partiellement un certain nombre de phénomènes de rupture dans les terrains entourant une voie de niveau.



PILERS DE CHARBON ABANDONNES LE LONG D'UNE VOIE DE BASE POUR PROTEGER CELLE-CI



COURBES DE CONVERGENCES MOYENNES EN VEINE N° 15 DU SIEGE BARROIS

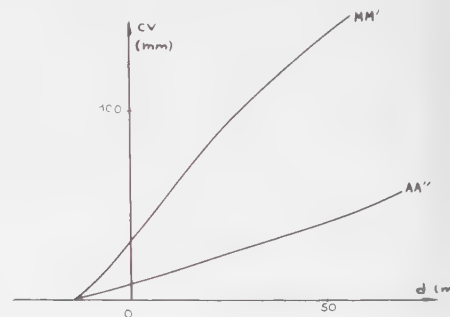
FIG. 23

FIG. 24

EVOLUTION DES CONVERGENCES EN FONCTION DE LA DISTANCE AU FRONT DE LA TAILLE
Siège Bonnel, veine N° 2

Présence d'un pilier de charbon à l'amont

Station n° 29



Convergenes moyennes sous l'influence de la taille amont sans pilier

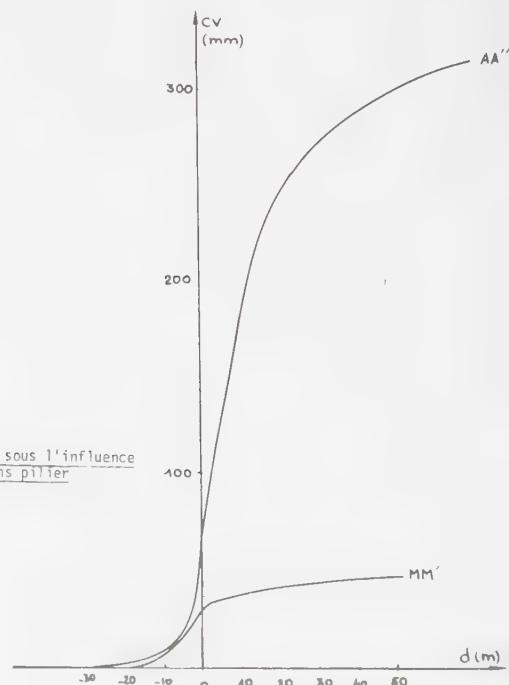
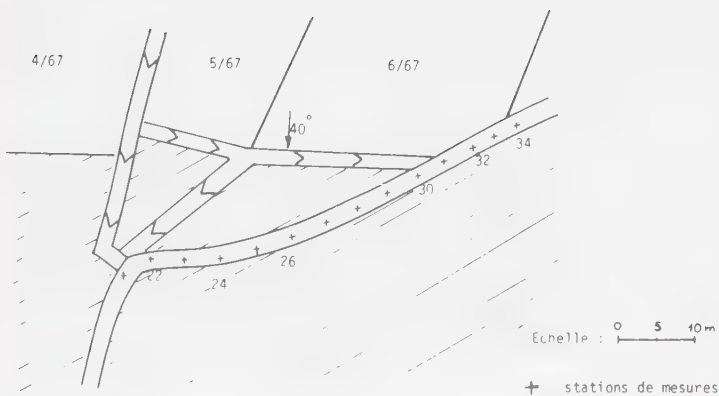


FIG. 26

FIG. 25

EXTRAIT DU PLAN D'EXPLOITATION - VEINE 8 - SIEGE BONNEL



Chapitre II - INFLUENCE D'UN PILIER DE CHARBON ABANDONNE A L'AMONT D'UNE VOIE DE BASE
PENDANT L'EXPLOITATION DE LA TAILLE AMONT

En gisement penté, lorsque la voie de base est de niveau, on abandonne dans certains cas de petits piliers de charbon au moment de l'exploitation de la taille amont (figure 23). Ces piliers ont une forme de chapeau, de 15 m de long environ à la base et de 5 à 6 m de haut au niveau de la pointe. Ils sont séparés par des "chambres" de 3 m de large environ permettant la communication entre la taille et la voie.

Le plus souvent, de tels piliers sont découpés dans des couches dont le pendage est assez élevé, et pour lesquelles on craint des glissements d'éponte. En effet, au moment du passage de la taille, ils sont fortement comprimés entre le toit et le mur de la veine et peuvent donc empêcher, par réaction, des glissements de banc dans le toit ou dans le mur⁽¹⁾.

1. Les mesures

Une voie soumise à l'influence de tels piliers a été étudiée en veine n° 15 au Siège Barrois. La figure 24 représente l'évolution des convergences moyennes mesurées sur les doublets AA'' et MM' dans cette voie pendant l'exploitation de la taille amont.

La voie de base peut également se trouver bordée à l'amont par un pilier de largeur variable comme illustré sur la figure 25 lorsque le gisement est localement trop irrégulier pour que le front de taille puisse descendre jusqu'à la voie. Ceci fut le cas en veine n° 8 du Siège Bonnel : entre les stations 21 et 29, la voie s'est trouvée bordée par un pilier de largeur variable en raison des irrégularités de pendage dans cette zone, alors qu'au-delà de la station 30 l'exploitation de la taille amont a été complète. La figure 26 représente l'évolution des convergences AA'' et MM' sous l'influence de la taille d'une part pour la station 29 où le pilier

(1) "Déformations des voies de niveau des gisements pentés pendant l'exploitation des tailles qu'elles desservent" - op. cit.

a 2,8 m de largeur sur pente, et d'autre part pour les convergences moyennes des stations situées dans la partie de la voie qui n'est pas bordée par un pilier.

On constate que :

- les convergences AA'' mesurées en présence d'un pilier (station 29) sont beaucoup plus faibles que dans la partie de la voie exploitée normalement
- en présence de piliers, les convergences MM' sont d'assez grande amplitude et se donnent surtout après le passage de la taille (station 29 et veine 15), alors qu'en l'absence de pilier, elles sont faibles et pratiquement stabilisées après le passage de la taille.

Cependant, la généralisation de ces résultats est assez délicate. En effet, ce n'est qu'exceptionnellement que le long d'une même voie, il se trouve des zones bordées par des piliers de charbon et des zones où l'exploitation de la taille a été complète jusqu'à la voie. Et lorsqu'un tel cas se présente, la partie bordée par des piliers se différencie du reste de la voie par les caractéristiques locales (pendage de la couche en nature des épontes) qui ont précisément conduit l'exploitant à découper ces piliers.

C'est pourquoi nous avons eu recours au modèle pour interpréter les mesures faites dans ces voies.

2. L'étude sur le modèle

La figure 27-a représente une coupe des terrains perpendiculairement à l'axe de la voie, en arrière du front de taille, lorsque celle-ci est bordée par un petit pilier de charbon. Un tel schéma n'est transposable dans le cadre du modèle qu'en supposant le front de taille suffisamment éloigné du plan de la coupe pour que le régime des déformations soit voisin du cas des déformations planes (figure 27 b). Les résultats du calcul correspondent alors à l'état des terrains supposés parfaitement élastiques, très loin en arrière du front de taille et en faisant l'hypothèse d'une exploitation instantanée de la taille.

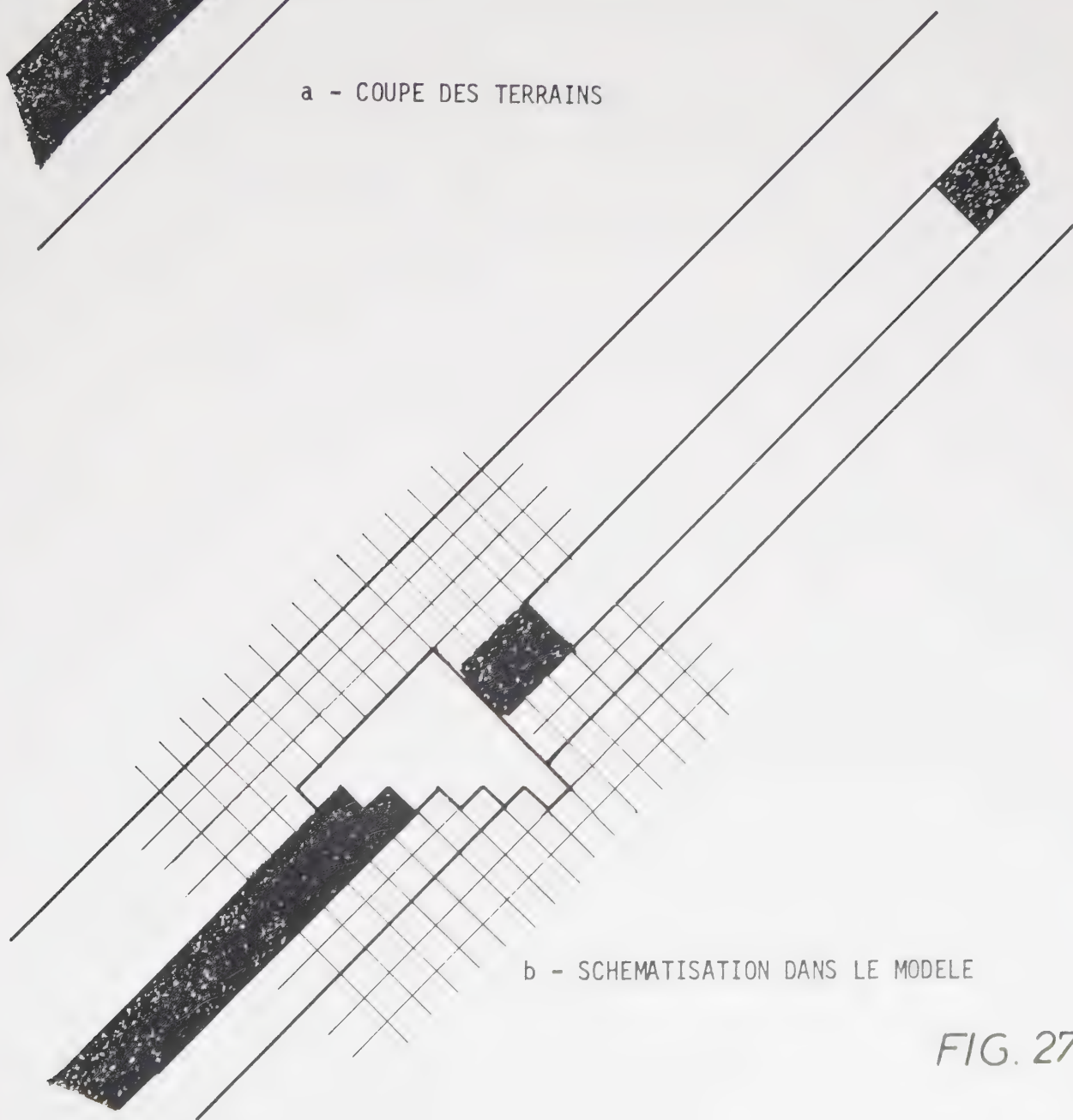
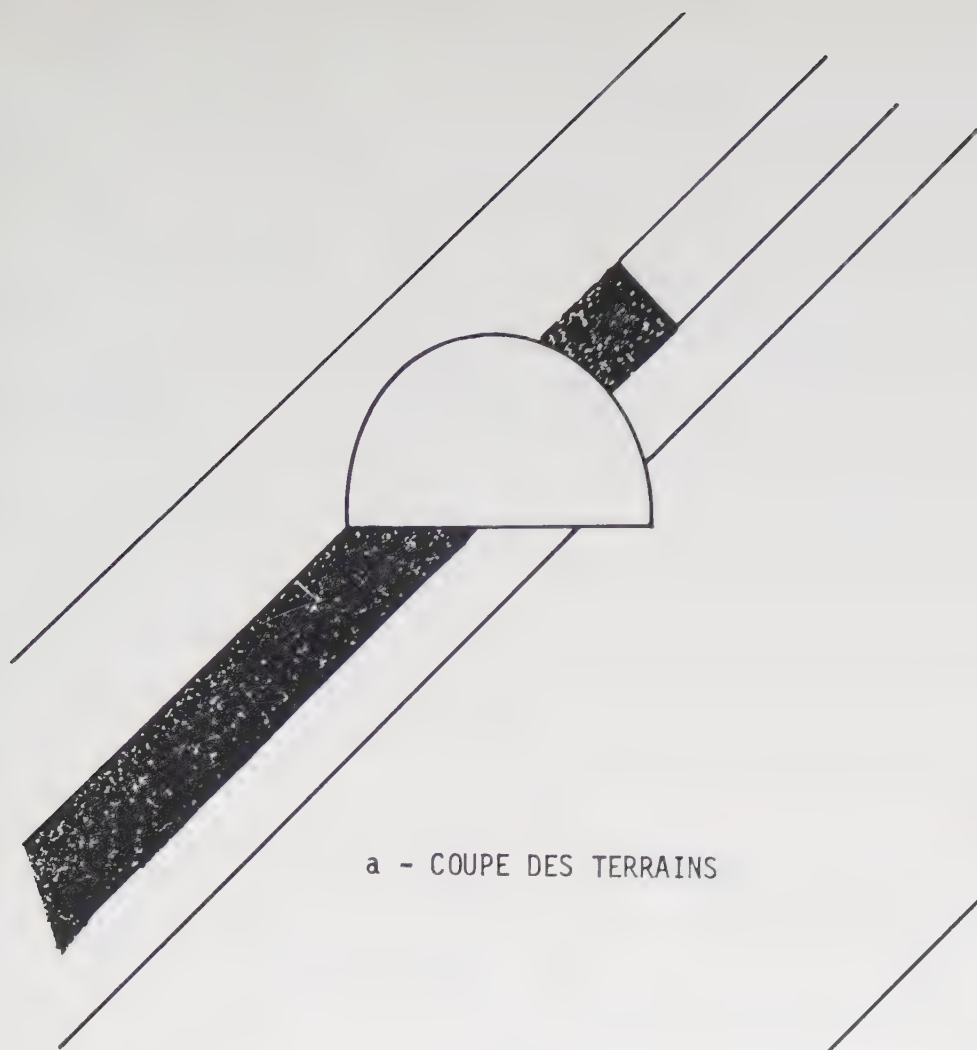


FIG. 27

Les dimensions réduites de la surface qu'il est possible de mailler ne permettent d'étudier l'influence d'un pilier que dans le cas où le front de taille est très court (de l'ordre de 20 mètres), et en donnant à la galerie une forme aussi simple que possible(*). Le pilier représenté sur la figure 27 a une largeur de 2,40 m, dimension très voisine de la largeur moyenne des piliers découpés en vue de se prémunir contre d'éventuels glissements d'épontes.

Les valeurs des caractéristiques géométriques et mécaniques des bancs introduites dans le modèle sont reportées sur le tableau ci-dessous. Elles correspondent à des conditions moyennes des gisements étudiés :

banc	épaisseur	coefficient de Poisson	module de Young	masse spécifique	coefficient de frotte- ment
1er banc du toit	7 m	0,10	1500 kg/mm ²	2 kg/dm ³	0,30 0,10 0,10 0,10
2ème banc du toit	2,9 m	0,15	900 kg/mm ²	1,8 kg/dm ³	
Veine exploitée	1,4 m	0,20	200 kg/mm ²	1,5 kg/dm ³	
1er banc du mur	1,4 m	0,15	700 kg/mm ²	1,8 kg/dm ³	
2ème banc du mur	11 m	0,10	1200 kg/mm ²	2 kg/dm ³	
Profondeur de l'exploitation : 370 m Pendage des terrains : 45°					

Un plan de glissement privilégié a été introduit dans la partie du mur coupée par le parement de la voie car ce sont souvent de telles discontinuités qui font craindre des glissements d'épontes et conduisent l'exploitant à abandonner des piliers de charbon à l'amont de la voie de base.

(*) En effet, la technique de "division de maille" qui permet en fait de multiplier par 4 la surface maillée n'est pas applicable dans ce cas en raison de l'existence d'une cavité qui recouperait automatiquement le pourtour extérieur du maillage le plus fin.

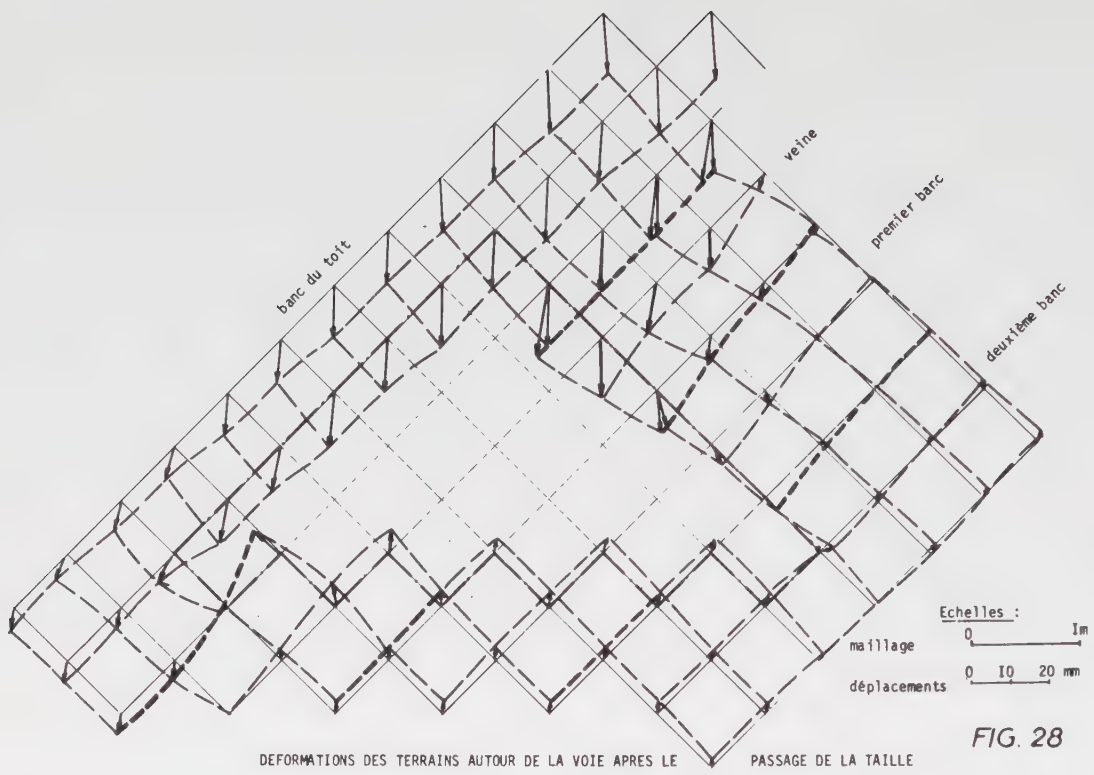
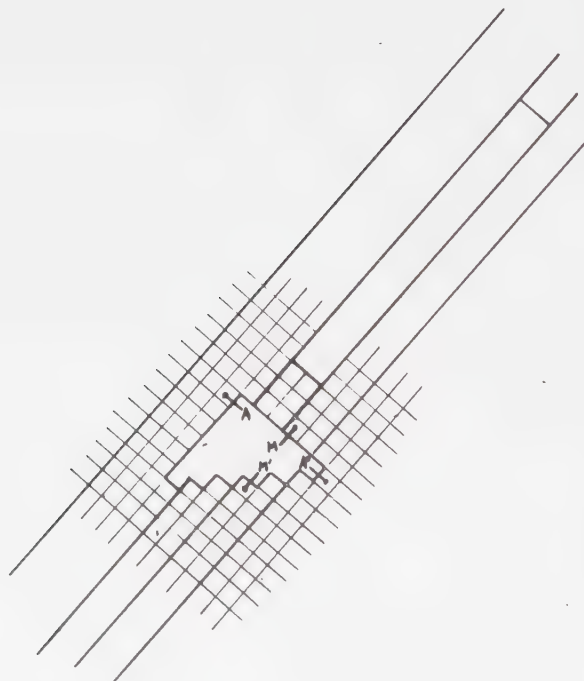


FIG. 28



IMPLANTATION DES BROCHES DANS LE MODELE

FIG. 29

Les résultats du calcul donnent les déplacements de chaque noeud du maillage parallèlement et perpendiculairement à la stratification. La figure 28 représente les déplacements des terrains autour de la voie à une échelle environ 35 fois supérieure à celle du maillage(*). Ces déformées cumulent l'influence de l'exploitation de la taille et du creusement de la voie.

En fait, pour les mesures in situ, l'état initial correspond à l'état des terrains après le creusement de la galerie. Ces mesures sont donc à rapprocher de la différence entre les résultats du cas précédent et ceux du calcul effectué pour les mêmes terrains et la même voie mais sans la taille.

En supposant que les broches A, A'', M et M' sont ancrées à 35 cm de profondeur dans les terrains et selon le schéma de la figure 29, il est facile de calculer des quantités équivalentes aux convergences mesurées sur les doublets AA'' et MM' sous l'influence de l'exploitation de la taille, quand la voie de base est protégée par un pilier étroit. Les résultats de ce calcul sont portés sur le tableau ci-dessous, en admettant que les convergences AA'' et MM' correspondent à des rapprochements mesurés respectivement perpendiculairement et parallèlement à la stratification.

	voie seule	taille + voie (avec un pilier)	influence de la taille seule	
A	3,27 mm	10,43 mm	7,16 mm	déplacements mesurés perpendiculairement aux épontes
A''	-0,64 mm	-0,12 mm	0,52 mm	
convergence AA''	2,63 mm	10,31 mm	7,68 mm	
M	3,20 mm	4,74 mm	1,54 mm	déplacements mesurés parallèlement aux épontes
M'	3,50 mm	3,26 mm	-0,24 mm	
convergence MM'	6,70 mm	8,00 mm	1,30 mm	

(Les déplacements sont comptés positivement vers le vide de la voie).

(*) Le rapport des échelles est exactement de 35,4.

On remarque que :

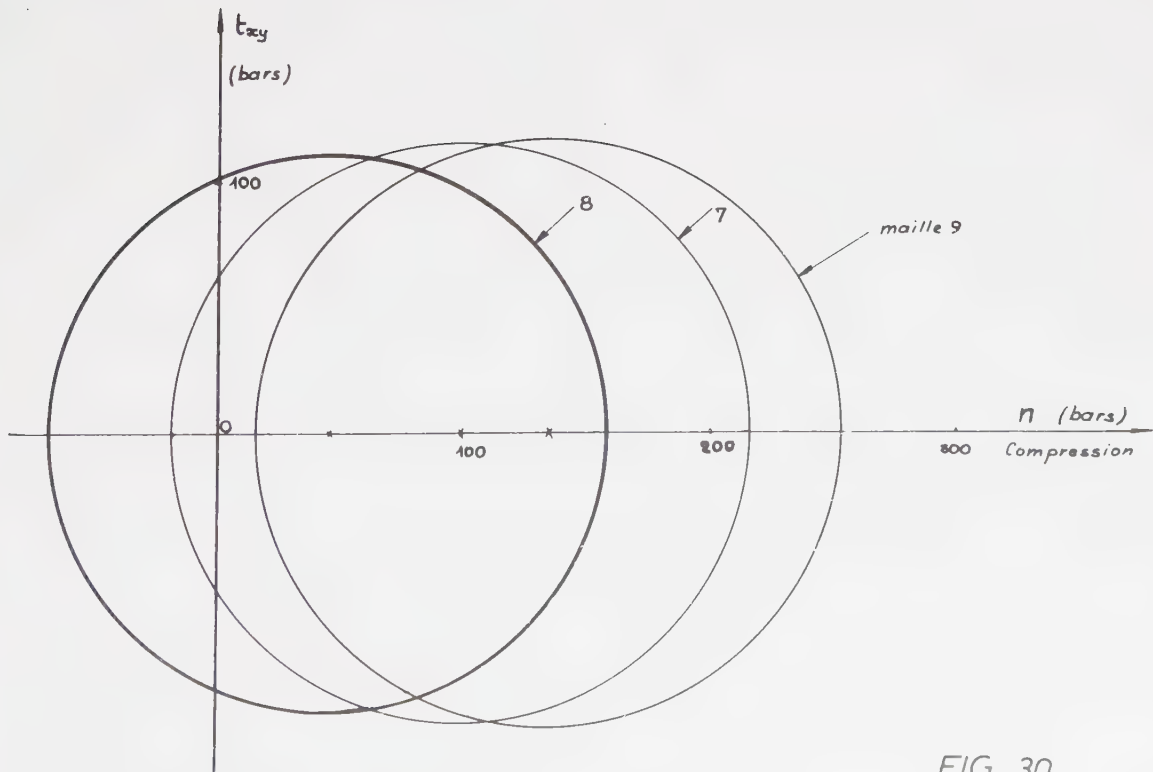
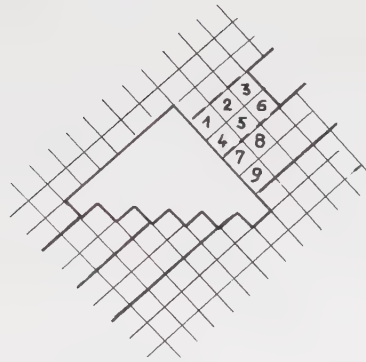
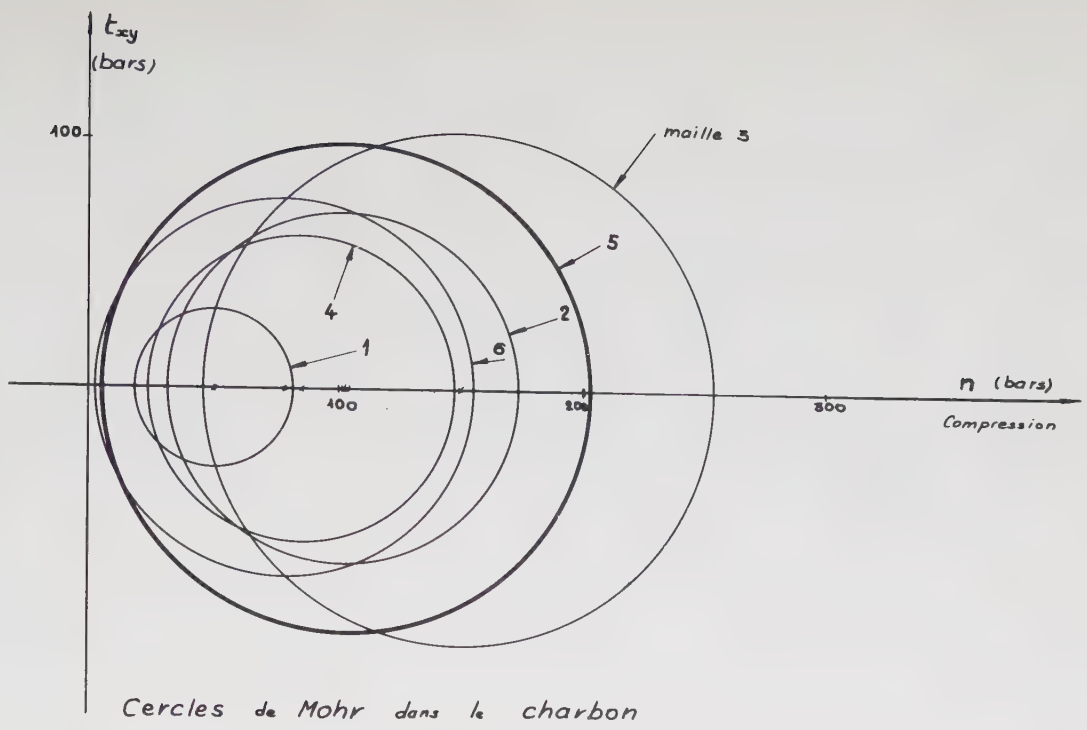
- au creusement les convergences MM' sont environ 2,5 fois plus grandes que les convergences AA". Ceci tient au plan de glissement introduit dans le mur de la veine.
- les convergences MM' dues à l'influence de la taille sont relativement faibles et proviennent de l'écrasement du banc du mur dans lequel la broche M est ancrée.

Il apparaît toutefois que l'ordre de grandeur des déformations mesurées dans la réalité est différent de celles calculées sur le modèle. Cela tient au fait que les déformations subies par les terrains entourant la voie sont pratiquement irréversibles comme le montrent les courbes de convergences et correspondent à un comportement de type visco-plastique. L'étude sur le modèle ne peut donc donner, en ce qui concerne l'influence de l'exploitation de la taille, que des résultats qualitatifs.

L'étude de la répartition des contraintes qui s'exercent dans les terrains autour de la voie après l'exploitation de la taille montre que l'hypothèse d'un comportement élastique des terrains en tous points n'est bien sûr pas vérifiée.

La figure 30 représente les plus grands cercles de Mohr en différents points à l'amont de la voie.

Les schistes du mur ne peuvent conserver un comportement élastique à l'endroit de la maille 8 que si leur résistance à la traction était supérieure à 70 bars et leur résistance au cisaillement supérieure à 100 bars, ce qui n'est qu'assez rarement le cas dans les gisements que nous avons étudiés. Dans la partie inférieure du pilier (mailles 5 et 6 sur la figure 29) le charbon est soumis à une compression simple de 150 à 200 bars, état de contrainte qui s'est avéré assez souvent suffisant pour rompre des éprouvettes sous presse en laboratoire.



Cercles de Mohr dans le mur

FIG. 30

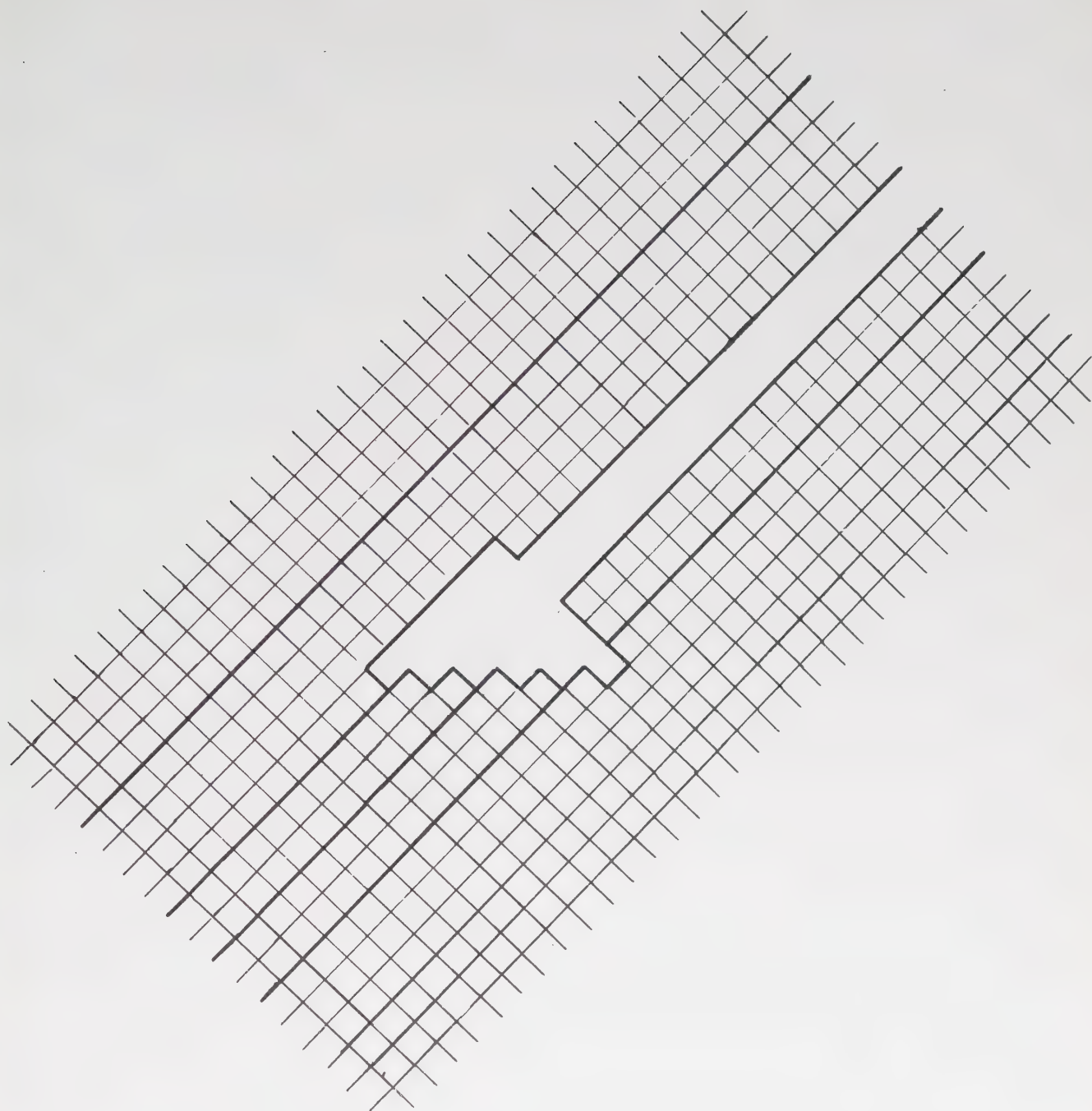
Il convient en outre de remarquer que dans la réalité, la taille a une largeur beaucoup plus grande que dans le modèle. Ainsi les contraintes de compression qui s'exercent normalement aux épontes dans des terrains élastiques à l'amont de la voie, en présence d'un pilier, seraient sensiblement plus grandes que ce qui a été effectivement calculé.

Pour étudier l'influence du pilier lui-même sur le comportement de la voie, et notamment sur les convergences AA'' et MM', il est nécessaire d'effectuer un troisième calcul en conservant toujours le même modèle mais en supprimant le pilier, comme sur la figure 31. Comme précédemment, les déformations calculées cumulent l'influence de l'exploitation de la taille et du creusement de la voie.

Le tableau ci-dessous permet de comparer les déformations induites dans la voie par l'exploitation de la taille selon qu'un pilier de charbon a été ou non abandonné à l'amont.

		influence de la taille sans pilier	influence de la taille avec pilier
déplacements mesurés perpendiculairement aux épontes	A	18,42 mm	7,16 mm
	A''	3,96 mm	0,52 mm
convergences	AA''	22,38 mm	7,68 mm
déplacements mesurés parallèlement aux épontes	M	-7,58 mm	1,54 mm
	M'	-1,60 mm	-0,24 mm
convergences	MM'	-9,18 mm	1,30 mm

(Les déplacements sont comptés positivement vers le vide de la voie)



SCHEMATISATION DANS LE MODELE DE L'EXPLOITATION
DE LA TAILLE SANS PILIER

FIG. 31

On constate que :

- les convergences AA" sont nettement plus faibles lorsqu'on abandonne un pilier en bordure de voie (la réduction d'amplitude par rapport à ce que l'on observe lorsque l'exploitation est complète est de l'ordre de 60 %)

mais que, par contre :

- les convergences MM', au moment de l'exploitation, sont très sensiblement augmentées par la présence du pilier de charbon.

3. Conclusions

L'étude sur le modèle de l'influence des piliers de charbons a permis de montrer que les résultats acquis expérimentalement dans le cas très particulier de la voie étudiée en veine n° 8 peuvent être considérés comme tout à fait généraux.

Ainsi il est illusoire d'espérer réduire les déformations d'une voie de base en abandonnant au moment de l'exploitation de la première taille des piliers de charbon de faible largeur à l'amont de cette voie : les fortes pressions normales aux épontes qui s'exercent dans les bancs du mur dans ce cas-là se traduisent par des convergences MM' d'amplitude relativement importante, et donc une diminution de la largeur utile de la voie.

Chapitre III - INFLUENCE DE LA PORTANCE DU SOUTÈNEMENT SUR LA TENUE

DU TOIT EN TAILLE

Dans une longue taille, un des problèmes majeurs pour l'exploitant est celui de la tenue du toit entre le front et le foudroyage.

Parmi les facteurs susceptibles d'influer sur les dégradations du toit dans une taille, il en est un qui présente un grand intérêt pratique : le soutènement. C'est en effet l'un des moyens à la disposition de l'exploitant pour essayer de maîtriser le toit.

Un des paramètres importants dans le choix du soutènement adopté pour une taille est sa portance. Les perfectionnements du matériel hydraulique proposé actuellement permettent d'envisager des portances relativement élevées, de l'ordre de 50 Tonnes/m².

Une étude réalisée en veine Schwalbach (Siège la Houve, H.B.L.) a permis de montrer que, dans les conditions de l'expérience, un soutènement marchant à haute portance (de l'ordre de 50 tonnes/m²) donnait, du point de vue de la tenue du toit, de meilleurs résultats qu'un soutènement plus classique, d'une portance de l'ordre de 10 tonnes/m² (1).

Cependant l'étude in situ de ce paramètre est très difficile, notamment en raison de l'hétérogénéité des terrains dans lesquels on peut effectuer une expérimentation et du coût d'un matériel dont on ne sait pas a priori si son introduction dans le chantier sera bénéfique.

Par contre, l'étude sur le modèle de ce facteur peut permettre, si elle s'avère justifiée, de préciser les modalités de son influence et les améliorations éventuelles qu'une portance encore plus élevée pourrait apporter.

(1) "Influence du soutènement hydraulique individuel et marchant sur la dégradation du toit de taille en veine Schwalbach" - op. cit.

1. Description du modèle

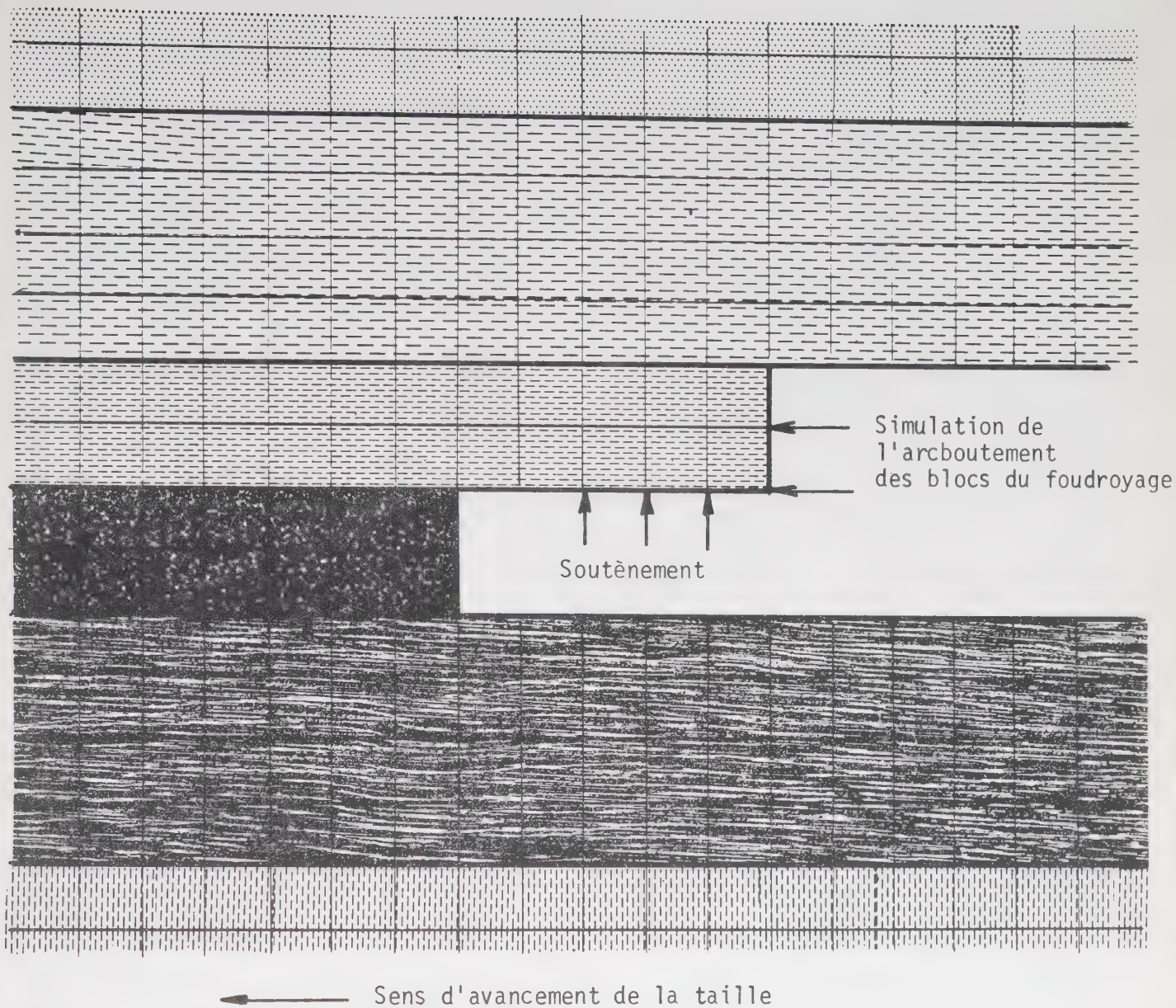
Nous avons choisi de nous placer dans le cas le mieux connu expérimentalement, c'est-à-dire en plateures.

Pour étudier sur le modèle l'état d'équilibre instantané des terrains au voisinage du front d'abattage, il est nécessaire de prendre pour plan des déformations le plan vertical perpendiculaire au front, comme schématisé sur la figure 32. La géométrie du modèle a été choisie en vue de se rapprocher autant que possible des conditions réelles d'exploitation. Ainsi le premier banc du toit ne présente que 3 m de porte à faux en arrière du front, en raison du foudroyage de l'arrière taille. On observe assez souvent un arc-boutement des blocs dans le foudroyage, arc-boutement qui a pour effet d'exercer une contrainte horizontale sur l'extrémité du premier banc du toit. Ce phénomène a été simulé par une contrainte de 10 bars s'exerçant sur l'extrémité de ce banc et dirigée dans le sens de l'avancement.

Les valeurs des caractéristiques mécaniques des bancs introduites dans le modèle sont reportées sur le tableau ci-dessous.

	épaisseur	module de Young	coefficient de Poisson	masse spécifique	coefficient de frottement
banc de grés au toit	6 m	2000 kg/mm ²	0,10	2 kg/dm ³	0,6 0,3 0,2
schistes du toit	2,4 m	900 kg/mm ²	0,15	2 kg/dm ³	
schistes du toit	1,2 m	900 kg/mm ²	0,15	2 kg/dm ³	
veine de charbon exploitée	1,2 m	250 kg/mm ²	0,20	1,5 kg/dm ³	0,2
schistes charbonneux	2,4 m	500 kg/mm ²	0,20	2 kg/dm ³	0,6
schistes du mur	6 m	900 kg/mm ²	0,15	2 kg/dm ³	

Profondeur de l'exploitation : 500 m
Longueur du côté de la maille : 600 mm



- | | |
|--|---|
|  Schistes du mur |  1er banc de schistes du toit |
|  Schistes charbonneux du mur |  2ème " " " " |
|  Veine de charbon |  Banc de grès |

COUPE DE LA TAILLE DANS LE MODELE

FIG. 32

Pour étudier l'influence du soutènement, nous avons fait le calcul dans deux cas :

- . il n'y a aucun soutènement dans la taille
- . un soutènement hydraulique, de portance moyenne, a été installé dans la taille.

Dans le second cas, il a été partiellement tenu compte de la progressivité de la mise en charge du soutènement en introduisant une contrainte verticale variant linéairement de 3 bars à 5 bars dans la partie soutenue de la taille, c'est-à-dire entre 1,20 m et 2,4 m du front.

2. Les résultats

L'étude de la répartition des contraintes dans les terrains montre que, en l'absence de tout soutènement, une rupture s'amorce quelques dizaines de centimètres en avant du front dans la partie supérieure du premier banc du toit.

Comme le montre la figure 33, il faudrait en effet que ce banc ait une résistance à la traction supérieure à 70 bars et une résistance au cisaillement supérieure à 100 bars pour que les schistes du toit conservent un comportement purement élastique à l'endroit de la maille "6". Si la rupture s'amorce perpendiculairement à la direction de la contrainte normale la plus faible (en compression), comme c'est souvent le cas pour les roches, il se produira à cet endroit des cassures parallèles au front et presque verticales.

La figure 34 représente les cercles de Mohr pour les mêmes mailles, mais dans le cas où un soutènement a été introduit dans la taille. On constate que le soutènement est absolument sans effet sur ce type de cassures : les contraintes sont pratiquement les mêmes avec ou sans soutènement.

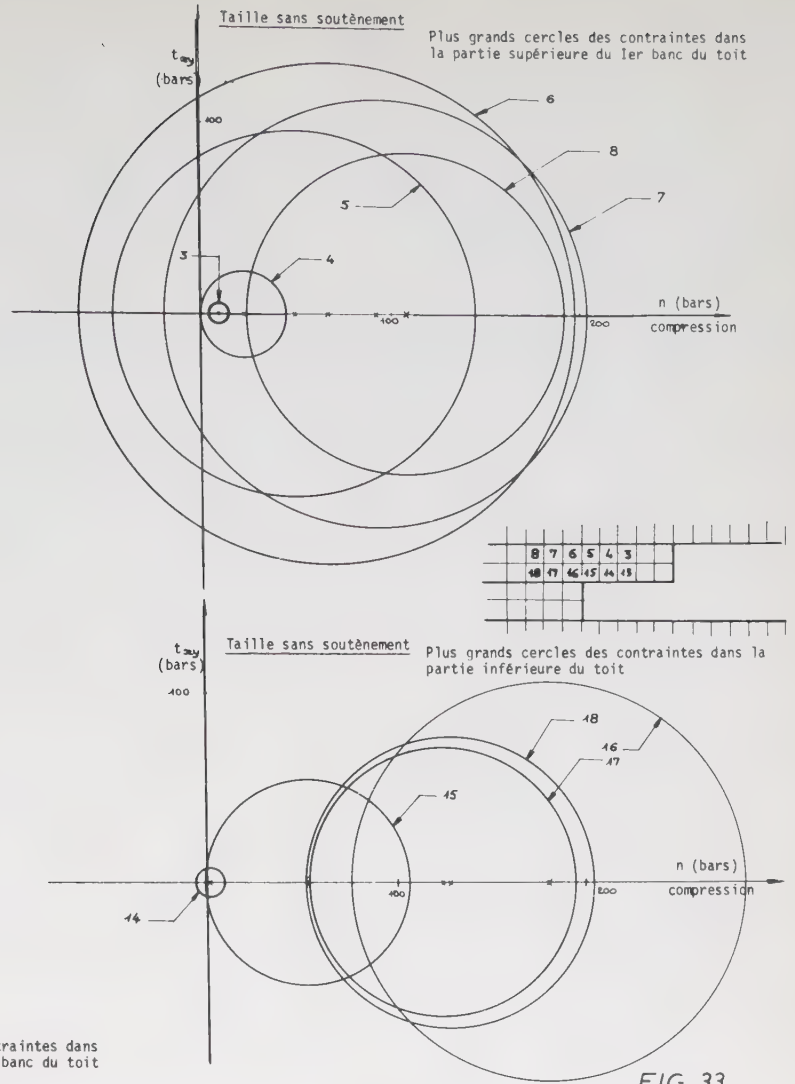


FIG. 33

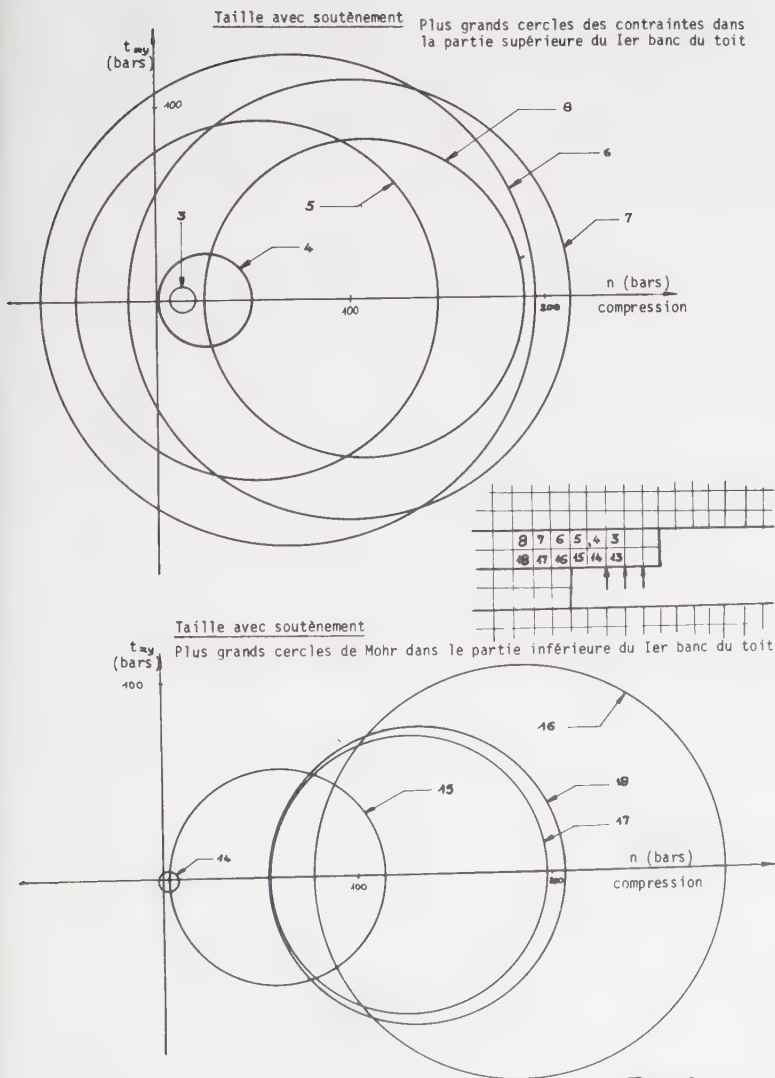


FIG. 34

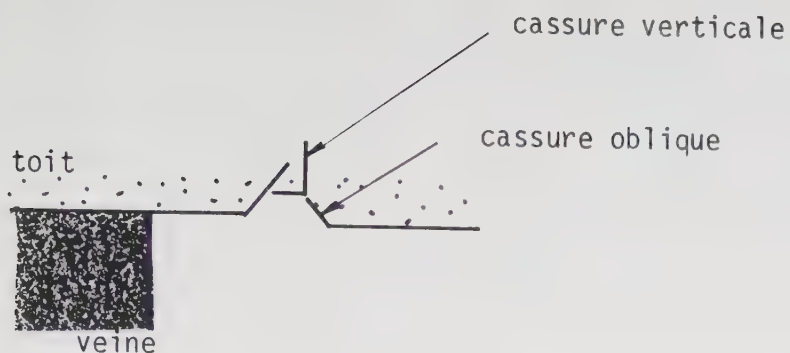
Ce résultat peut paraître en contradiction avec les observations effectuées en veine Schwalbach où un accroissement de la portance du soutienement a amélioré la tenue du toit. En fait, l'étude in situ du mécanisme de fissuration du toit dans cette veine a montré que la portance du soutienement n'avait d'action que sur des cassures obliques et montantes vers le front (figure 35), et nullement sur les cassures verticales. Les chutes de toit s'amorçant sur les cassures obliques, le soutienement pouvait en réduire l'importance dans certaines conditions.

Le modèle ne fait apparaître que les cassures verticales. Mais il prouve en même temps que ces cassures se produisent en avant du front et sont pratiquement inéluctables.

Ce résultat est important. Il montre en effet que, dans des terrains très stratifiés, le toit de la taille entre le front d'abattage et le foudroyage doit être a priori considéré comme un assemblage de blocs et non pas comme une poutre continue. Le soutienement ne peut donc plus avoir pour rôle de supprimer toute fissuration dans le toit immédiat, mais doit servir plutôt à limiter toute déconsolidation de cet ensemble de blocs.

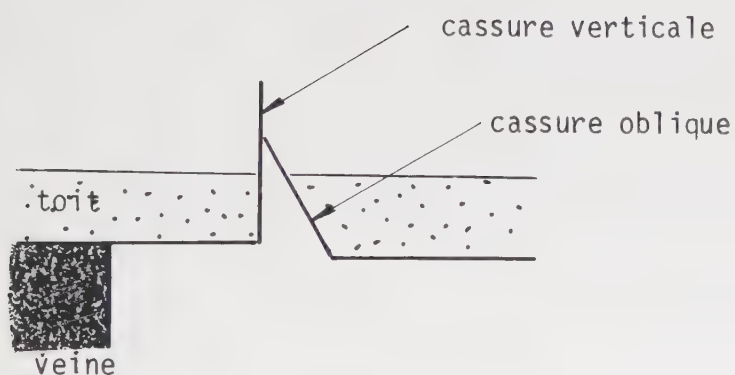
Ainsi la détermination par le calcul de la portance optimale du soutienement suppose parfaitement connue la géométrie et la mécanique de cet ensemble de blocs et relève d'un modèle très différent de celui que nous avons mis en oeuvre.

Il reste que le calcul précédent rend assez bien compte de l'effet "global" de l'exploitation de la taille sur les terrains avoisinants.



Soutènement haute portance

Les cassures obliques se limitent à des amorces de 5 à 30 cm



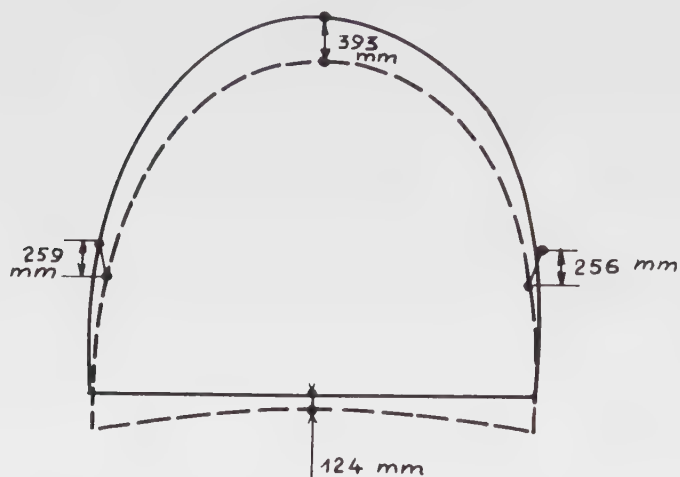
Soutènement normal

Les cassures obliques affectent toutes l'épaisseur de la première strate

SCHEMATISATION DE L'INFLUENCE DE LA PORTANCE DU SOUTÈNEMENT SUR LES CHUTES DE TOIT EN VEINE SCHWALBACH

(extrait de "Comportement d'un toit et rôle du soutènement mécanisé à haute portance " par J. PITSILIS)

—a— EXEMPLE DE GALERIE SOUMISE A DES DEPLACEMENTS RELATIVEMENT
FAIBLES ET DES DEFORMATIONS



—b— EXEMPLE DE GALERIE SOUMISE A DES DEPLACEMENTS IMPORTANTS
SANS DEFORMATIONS

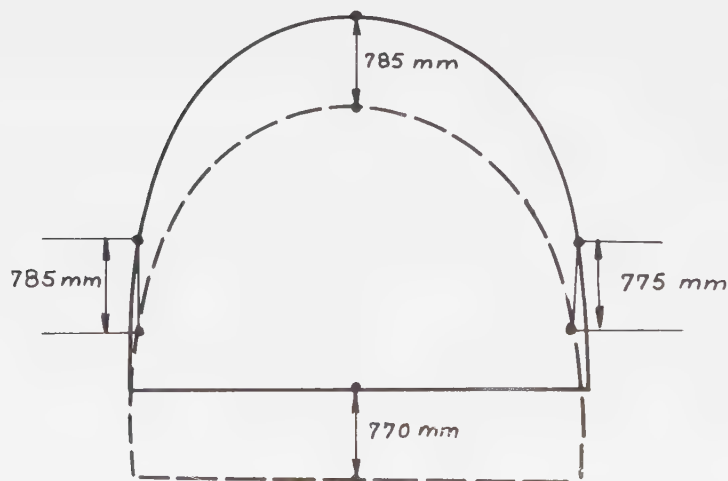


FIG.36

Chapitre IV - ETUDE DE L'INFLUENCE D'UNE EXPLOITATION SUR LES DEFORMATIONS DES GALERIES AU ROCHER

L'exploitation d'une longue taille modifie l'équilibre des terrains dans un "volume d'influence" autour du chantier. Dans ce volume se produisent des déplacements et des modifications de contraintes. Une galerie sus-jacente ou sous-jacente à l'exploitation, soumise à la conjonction de ces deux effets, subit :

- un déplacement d'ensemble vers le haut ou vers le bas selon qu'elle est située au-dessous ou au-dessus du vide exploité ;
- des déformations des points de son contour provoquées par les contraintes induites par l'exploitation.

La séparation des déplacements et des déformations en vue de déterminer dans quelles zones ces deux effets se font séparément ou conjointement ressentir revêt une grande importance tant du point de vue théorique que pour la conduite des chantiers. En effet, dans une galerie soumise à un déplacement sans déformation (figure 36^b) les seules gênes sont dues à des variations longitudinales de pente susceptibles d'entraîner, par exemple, des difficultés de circulation des trains. Dans une galerie soumise à des déformations (figure 36^a) qui modifient son contour initial et sollicitent son soutènement, les perturbations peuvent être beaucoup plus importantes. La réduction de section peut en effet rendre la galerie inutilisable et entraîner de gros travaux d'entretien.

Les schémas de la figure 36 illustrent les perturbations liées à des déformations pourtant faibles. Ces déformations ont entraîné un dévers des voies qui a perturbé le roulage.

1. Les mesures

De très nombreuses mesures ont été réalisées dans des galeries sus ou sous-jacentes à des exploitations, dans plusieurs sièges des bassins houillers français⁽¹⁾.

Dans quelques cas très rares, il a été possible de mesurer les déplacements absolus de repères ancrés profondément à partir de la galerie. De telles mesures permettent d'étudier le comportement de la masse rocheuse environnant la galerie. La figure 37 montre, par exemple, l'affaissement mesuré sur un repère implanté à 13 mètres de la sole de la galerie et, également, le déplacement d'un repère superficiel ancré à la sole de la galerie. Ce déplacement est le résultat de l'interaction taille-galerie. Par comparaison avec l'affaissement du repère profond, il est toutefois possible d'estimer la part de la déformation de la galerie due aux contraintes induites par l'exploitation.

Malheureusement dans la plupart des cas, seuls ont pu être mesurés :

- les déplacements absolus de repères superficiels
- les déplacements relatifs verticaux (convergences) de repères ancrés au toit et au mur de la galerie.

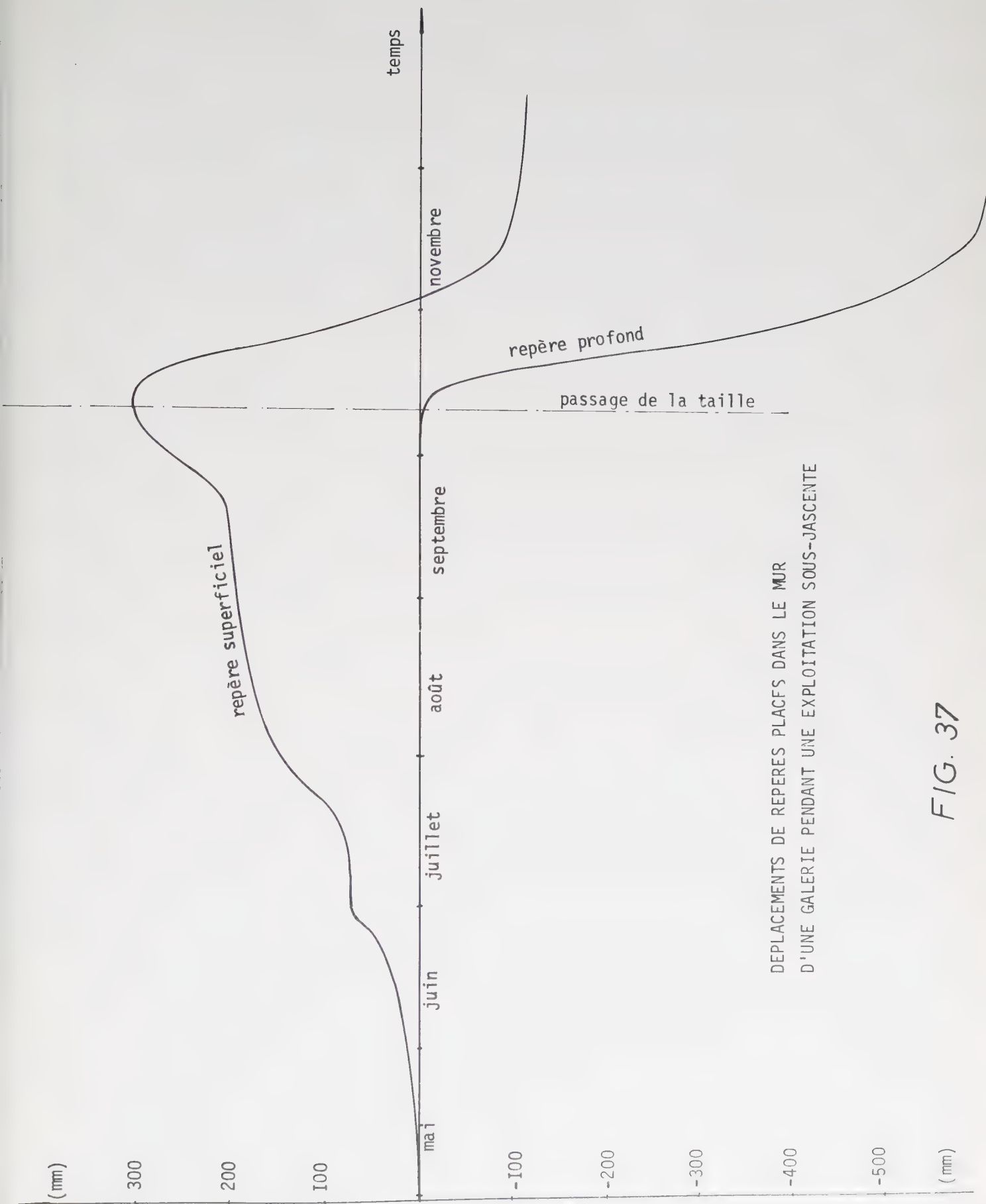
L'interprétation de telles mesures s'avère difficile. C'est pour-quoi, pour la guider, nous avons eu recours au modèle.

2. L'étude sur le modèle

La taille en exploitation peut être schématisée par une cavité de section simplement rectangulaire, de largeur grande par rapport à sa hauteur et de longueur infinie afin de se ramener au cas des déformations planes.

Pour effectuer le calcul, nous avons considérablement simplifié la stratigraphie des terrains entourant la taille, comme le montre le tableau ci-dessous où sont portées les valeurs des différentes caractéristiques des bancs introduits dans le modèle :

(1) "Déformations des galeries au rocher sous l'influence d'une exploitation" - op. cit.



DEPLACEMENTS DE REPERES PLACES DANS LE MUR
D'UNE GALERIE PENDANT UNE EXPLOITATION SOUS-JASCENTE

FIG. 37

	épaisseur	module de Young	coefficient de Poisson
toit	40 m	1200 kg/mm ²	0,10
veine exploitée	2 m	200 kg/mm ²	0,20
mur	40 m	1200 kg/mm ²	0,10

La taille est située au centre du maillage et le pendage de la couche étant supposé nul, le calcul est effectué sur la partie gauche du maillage seulement, la partie droite se déduisant par symétrie.

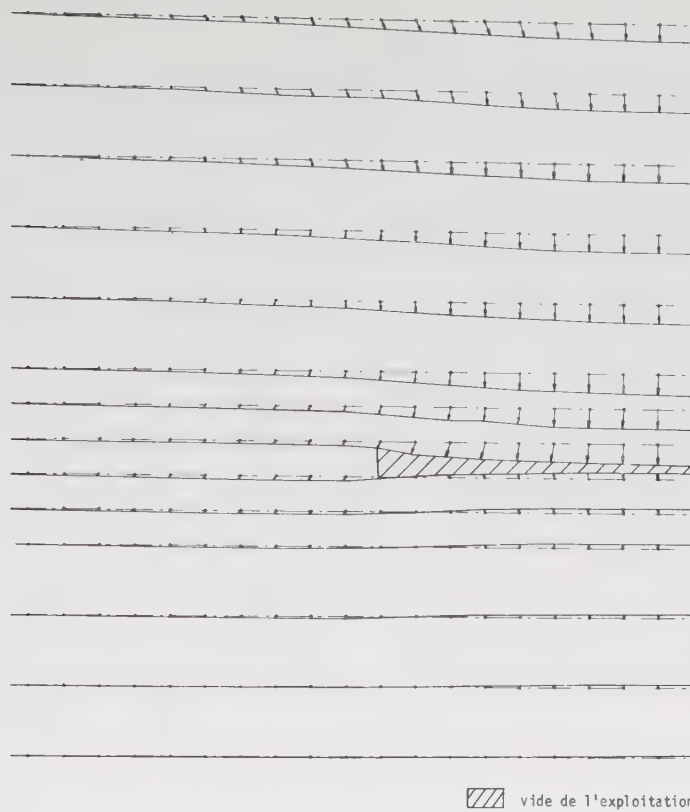
La figure 38 représente les déplacements de certains points de la masse rocheuse sous l'influence de l'exploitation : les mesures de niveau in situ permettant d'approcher seulement leur composante verticale, les déplacements des plans horizontaux ont été privilégiés.

La figure 39 montre l'évolution des variations de contraintes verticales le long de plans horizontaux.

La figure 40 montre les déformations que subit une galerie suivant sa position par rapport au bord de la taille et selon qu'elle est située au-dessus ou au-dessous. Ces déformées cumulent l'influence de l'exploitation de la taille et celle du creusement de la galerie.

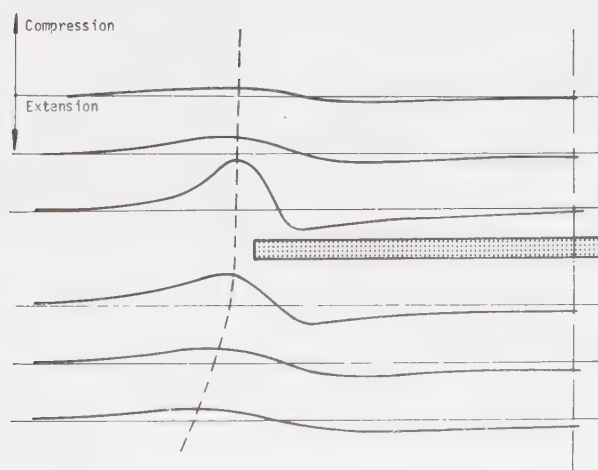
Les mesures in situ pendant l'exploitation portent généralement sur la différence entre l'état final (taille plus galerie) et l'état initial (galerie seule). La figure 41 représente les déplacements du toit et du mur d'une galerie déjà creusée et située au-dessous ou au-dessus de la taille en exploitation (*). On constate évidemment que ces déplacements - qui peuvent être mesurés in situ - ne sont pas les mêmes que ceux de la masse rocheuse en l'absence de toute galerie (figure 38).

(*) Pour calculer ces déformées, nous avons supposé que les déplacements d'un point situé au milieu du toit ou du mur de la galerie dépendent uniquement de leur position relative par rapport au bord de la taille et pas du tout de l'orientation de l'axe de la galerie par rapport à ce bord.



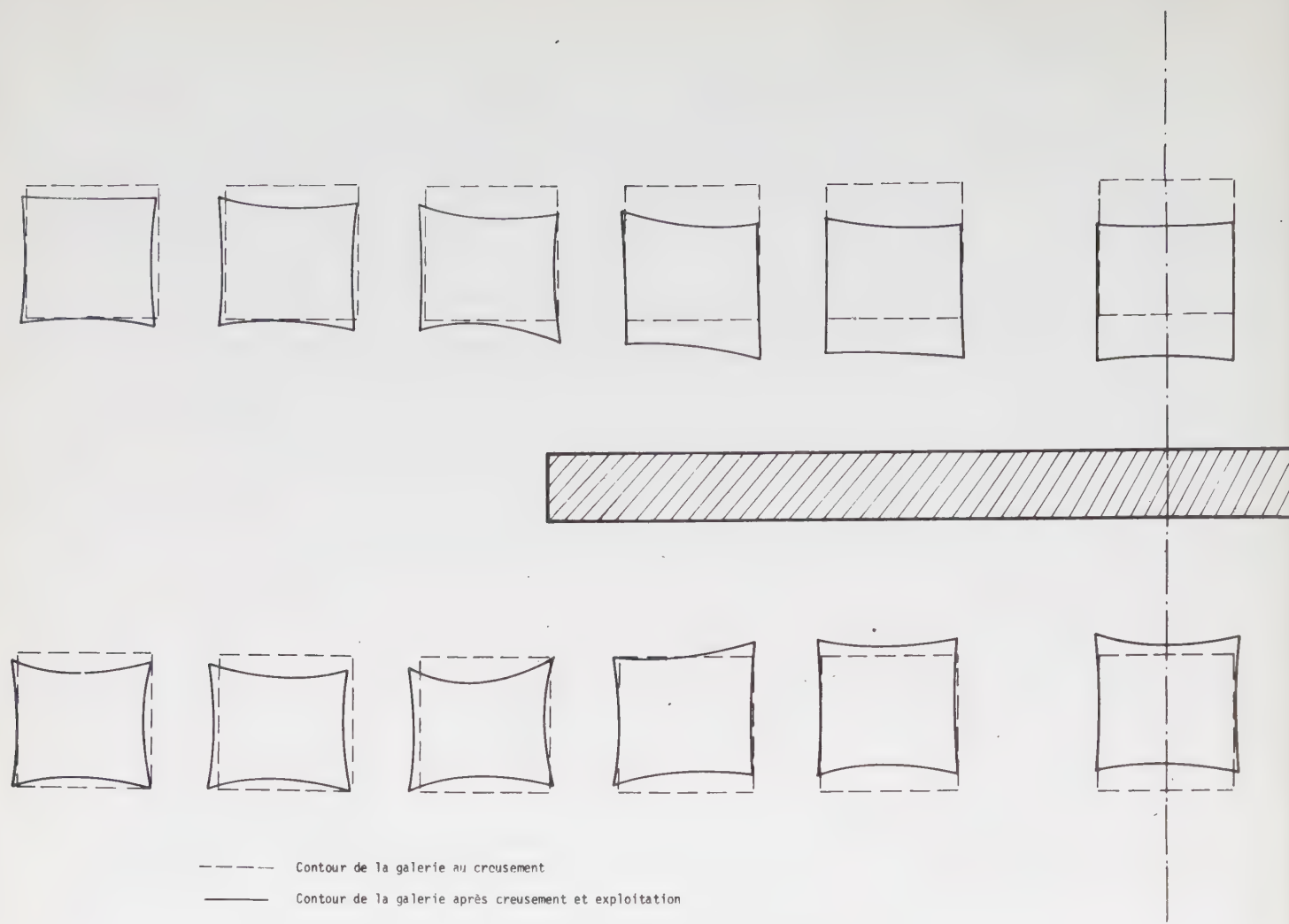
DEPLACEMENTS DANS UNE MASSE ELASTIQUE SOUS L'INFLUENCE D'UNE EXPLOITATION

FIG. 38



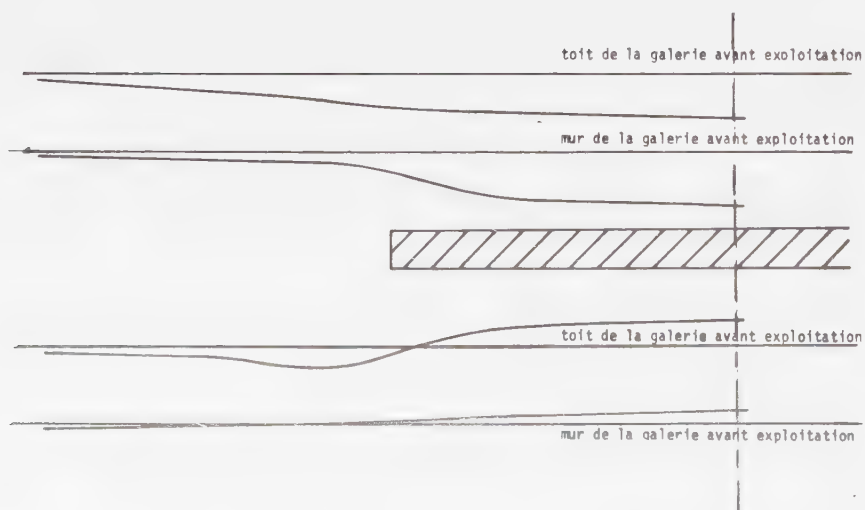
VARIATIONS DE CONTRAINTES VERTICALES LE LONG DE PLANS HORIZONTAUX
SOUS L'INFLUENCE D'UNE EXPLOITATION

FIG. 39



DEFORMATIONS DU CONTOUR D'UNE GALERIE SUIVANT SA POSITION PAR RAPPORT
AUX BORDS DE LA TAILLE

FIG. 40



DEPLACEMENT DE LA COURONNE ET DE LA SOLE D'UNE GALERIE DEJA CREUSEE SOUS
L'INFLUENCE D'UNE EXPLOITATION

FIG. 41

La figure 42 représente la différence entre les déplacements du toit et ceux du mur (convergence) en fonction de la distance au bord de la taille. On distingue trois zones :

- au-dessus ou au-dessous de la taille, d'une part le toit et le mur de la galerie s'éloignent (les convergences sont négatives), d'autre part les terrains se déplacent vers le vide, et l'amplitude du déplacement est d'autant plus grande que le point considéré est plus proche du vide
- loin de la taille, les convergences sont faibles et tendent vers zéro : à l'infini les terrains ne sont pas du tout perturbés par l'exploitation
- à proximité du bord de la taille, les convergences présentent un maximum qui traduit la position des points de forte contrainte verticale, comme le montre la figure 43 où sont représentées les courbes d'iso-contraintes.

3. Confrontation des résultats expérimentaux et des résultats du modèle

Si les mesures in situ font apparaître des points de fortes convergences au voisinage de l'aplomb des extrémités des tailles comme par exemple sur la figure 44 (Bowette 18022), on note cependant une différence importante(*) avec les résultats du calcul : on observe à peu près systématiquement deux maximums de convergence au voisinage des extrémités de l'exploitation.

Nous proposons l'explication suivante :

- le passage de la taille se traduit par une surcompression comme celle calculée précédemment. Ces contraintes sont d'une intensité suffisante pour dégrader les roches qu'elles touchent, et sont donc responsables du maximum le plus proche de l'aplomb du bord de l'exploitation ;

(*) Le maximum de convergence que l'on peut noter à la hauteur de la station 9 provient d'un soufflage du mur important et s'explique par la présence d'une veine de charbon à cet endroit.

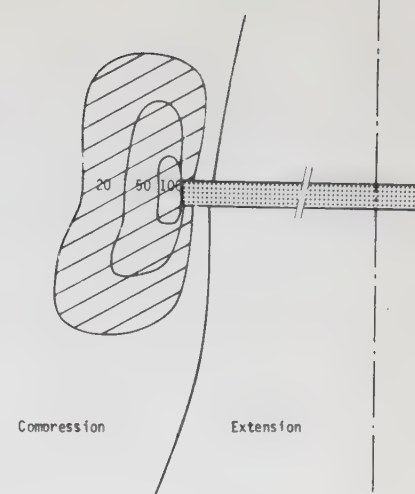
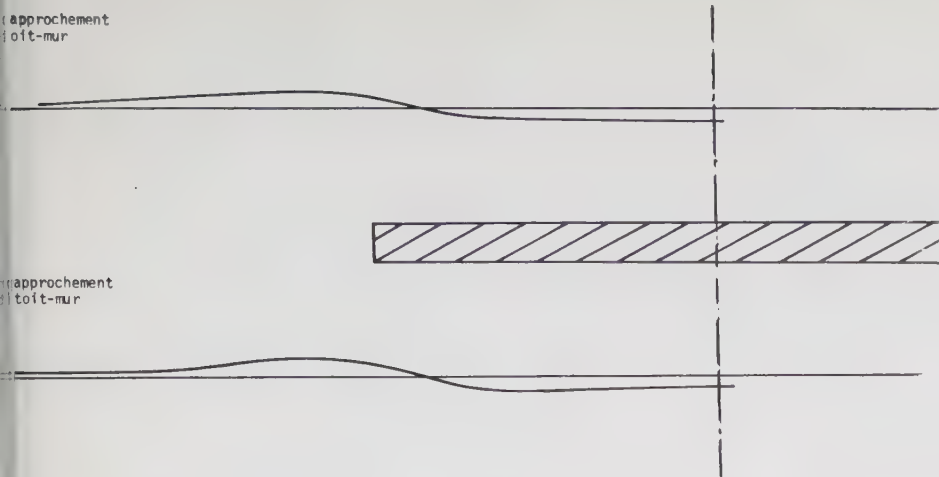


FIG. 43
COURBES D'ISO-CONTRAINTES VERTICALES INDUITES PAR L'EXPLOITATION D'UNE TAILLE EN L'ABSENCE DE GALERIE
(Les valeurs indiquent seulement le sens de variation des contraintes)

FIG. 42

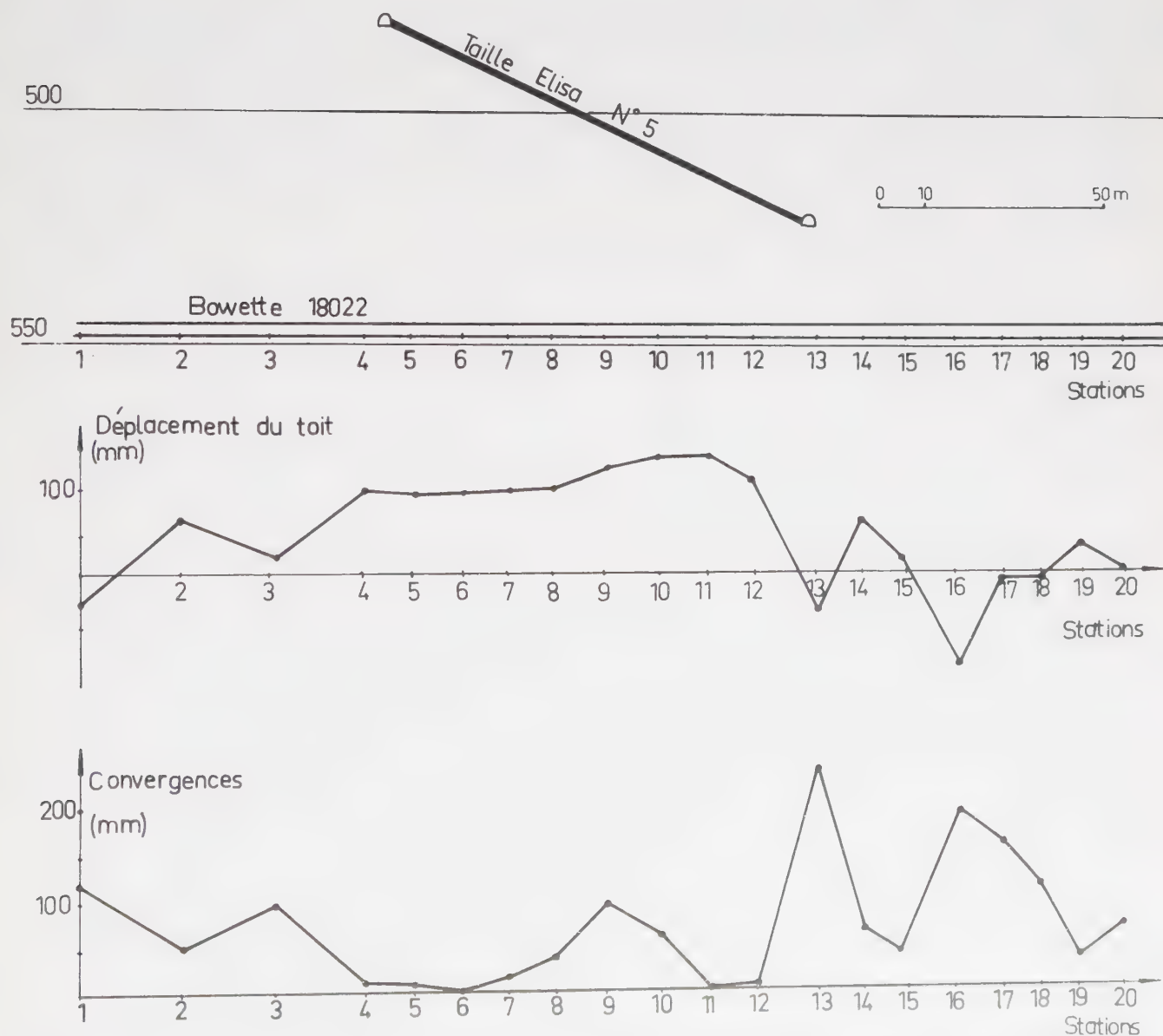


FIG. 44 DEPLACEMENT du TOIT et CONVERGENCES dans la BOWETTE 18022 sous l'INFLUENCE de l'EXPLOITATION de la TAILLE N°5 en VEINE ELISA

- après le passage de la taille, le charbon qui reste en place, tant à l'amont qu'à l'aval, est fissuré sur une assez grande profondeur. On sait que les contraintes sont maximum à la limite de la zone fissurée(*) comme schématisé sur la figure 45. Les fortes convergences que l'on note aux stations 16 et 1 de la figure 44 traduisent l'existence de la zone de contraintes maximales attachée à l'extrémité de la zone fissurée et sont donc liées à l'état d'équilibre des terrains après exploitation.

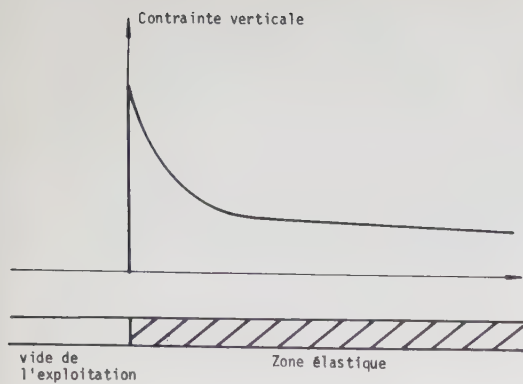
Cette interprétation est confirmée par la forme des courbes de convergence et de mouvement du toit dont on a donné un exemple sur la figure 46 (Bowette 746). Les courbes de convergence des stations sur lesquelles on observe le premier maximum (stations 8, 9, 22) sont caractéristiques d'un comportement presque pulvérulent des terrains : longtemps après l'exploitation elles ne sont que faiblement amorties. Par contre, celles du deuxième maximum (stations 3 et 4), sont nettement amorties et correspondent à un comportement de type élastique.

Il est très intéressant pour l'exploitant de connaître la position des deux zones où les convergences seront importantes. Pour cela, les résultats concernant tous les chantiers étudiés ont été regroupés sur la figure 47, en négligeant l'influence de facteurs importants tels que le pendage ou la profondeur de la couche exploitée (la profondeur de l'exploitation utilisée sur cette figure a été prise égale à la profondeur moyenne des cas étudiés, soit 470 mètres).

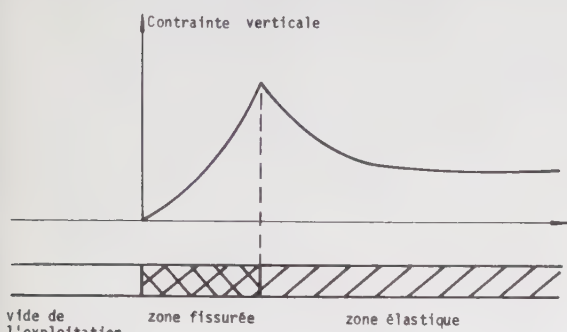
On remarque que :

- le lieu des maximums les plus proches de l'extrémité est très voisin du lieu des maximums des contraintes verticales (fig. 39) ;
- les points du premier maximum sont beaucoup moins dispersés que ceux du second : les premiers sont attachés à la géométrie de l'exploitation et leur position ne dépend pas, en première

(*) En fait, la valeur de la contrainte maximale est plus faible (fig. 45a) que dans le cas élastique (fig. 45b).



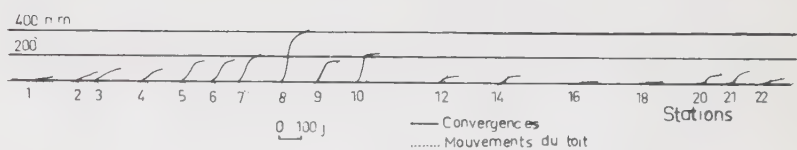
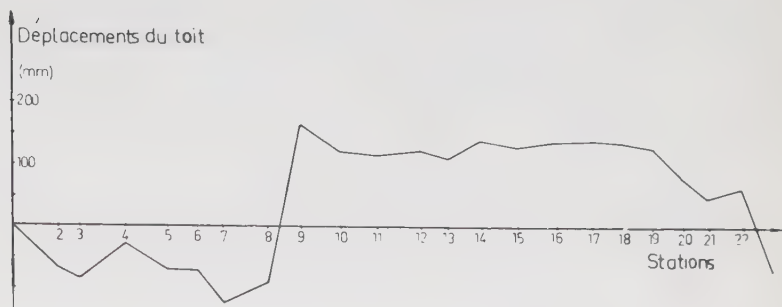
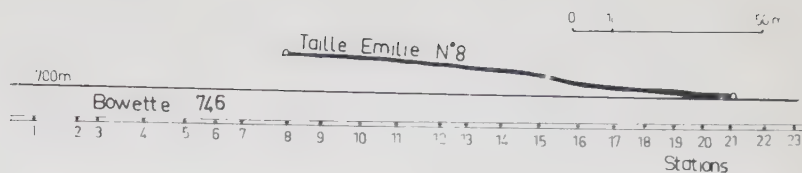
a - Dans le cas d'un comportement élastique



b - Dans le cas d'un comportement élasto-plastique

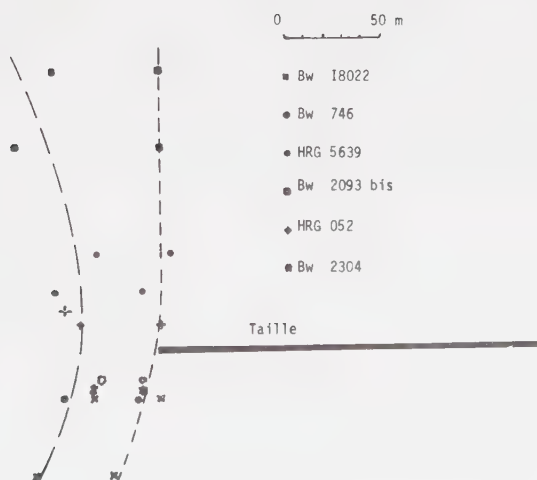
CONTRAINTES VERTICALES INDUITES PAR L'EXPLOITATION D'UNE TAILLE DANS LE CHARBON EN PLACE

FIG. 45



DEPLACEMENTS DU TOIT ET CONVERGENCES OBSERVEES dans la BOWETTE 746 sous l'INFLUENCE de l'EXPLOITATION de la TAILLE N°8 en VEINE "EMILIE"

FIG. 46



REPARTITION DES POINTS DE FORTE CONVERGENCE DANS SIX GALERIES AU ROCHER SOUMISES A L'INFLUENCE D'UNE TAILLE

FIG. 47

approximation, des caractéristiques des terrains, alors que la position des seconds dépend de la largeur de la zone fissurée dans le charbon, et donc de caractéristiques mécaniques très variables d'un chantier à l'autre.

Les applications pratiques de ces résultats sont importantes :

- d'une part, il y a intérêt à éviter de placer une voie au voisinage de l'aplomb de la bordure d'une exploitation
- d'autre part, lorsqu'une voie doit être creusée au-dessus ou au-dessous d'un panneau à exploiter et perpendiculaire au front de taille, il y a tout intérêt à effectuer ce creusement après l'exploitation. En effet, si la galerie est déjà creusée avant le passage de la taille, c'est sur toute sa longueur qu'elle subira les fortes contraintes verticales induites par le passage du front de la taille.

CONCLUSIONS

Les résultats obtenus

Notre principal objectif lors de l'élaboration d'un modèle mathématique a été de pouvoir faire intervenir dans un calcul fondé sur la théorie de l'élasticité d'une part le pendage et la stratigraphie des terrains, d'autre part la diversité de forme des excavations pratiquées.

La prise en compte de ces éléments dans le calcul nous a permis d'interpréter un certain nombre de phénomènes observés in situ.

Ainsi nous avons pu établir que :

- . dans une voie de niveau en gisement penté, la présence d'un plan de glissement dans le mur amplifie notablement les déformations latérales de la voie,
- . les piliers de charbon découpés à l'amont d'une voie de base au moment de l'exploitation de la première taille au gisement penté entraînent une réduction de la largeur utile de la voie,
- . dans les tailles, des cassures verticales se produisent dans le premier banc du toit en avant du front quel que soit la portance du soutènement,
- . il y a intérêt à éviter de placer une voie au voisinage de l'aplomb de la bordure d'une exploitation.

Les exemples d'application de ce modèle que nous avons cités présentent tous un point commun essentiel : le calcul rend d'abord compte d'un phénomène observé in situ et permet ensuite de dépasser une expérience très locale pour aboutir à la formulation d'un résultat général.

Les perspectives d'avenir

Le modèle que nous avons mis en oeuvre est susceptible de nombreuses améliorations. La plus immédiate peut être son adaptation aux problèmes à trois dimensions. Le maillage carré devient alors un maillage cubique et reste très facile à décrire. Le problème essentiel qui se pose alors est d'ordre technique : le nombre de noeuds utilisés dans le calcul devient très vite considérable. Ainsi un problème comportant 3.000 noeuds en plan comportera un minimum de 30 à 50.000 noeuds à trois dimensions. Seuls les plus gros ordinateurs existant actuellement peuvent permettre de traiter de tels problèmes et la sujétion que ceci représente est loin d'être négligeable.

Le deuxième type de perfectionnements que l'on peut envisager d'apporter a trait au modèle de comportement des terrains. Un certain nombre de calculs ont déjà été effectués dans le cas plastique (critère de Von Mises le plus souvent). Il est intéressant de remarquer que si l'on établit une comparaison avec les résultats du modèle élastique, l'amplitude des déformations est très différente alors que la répartition des contraintes est très voisine.

Les principales difficultés de calcul dans ce cas là tiennent en fait à la discontinuité dans le comportement du matériau introduit par le critère de plasticité. Il semble cependant que la mise en charge progressive du modèle, c'est-à-dire le fractionnement du calcul en plusieurs étapes telles qu'à chacune d'elles le même problème est résolu pour une intensité de charges plus importante, donne des résultats satisfaisants.

Mais ces perfectionnements ne peuvent se traduire au niveau du modèle que par une complexité de plus en plus grande. Il importe alors de ne pas oublier que, quelles que soient les hypothèses sur lesquelles il est fondé, un modèle ne peut que schématiser la réalité et ne peut pas trouver la justification de ses résultats en lui-même. Nous pensons dès lors que, lorsque l'objectif essentiel d'une recherche est une première compréhension de la réalité, les hypothèses de base d'un modèle doivent être très simples. Il faut surtout en attendre de permettre la décomposition en éléments plus simples de phénomènes réels généralement trop complexes pour être appréhendés dans leur ensemble.

NOTATIONS

=====

x, y, z	coordonnées rectangulaires (l'axe Oy est vertical)
r, w, z	coordonnées cylindriques
g	accélération due à la pesanteur
ρ	masse volumique des terrains
$n_x, n_y, n_z, (n)$	composantes normales des contraintes parallèles aux axes des x , des y et des z
t_{xy}	contrainte de cisaillement en coordonnées rectangulaires (cas des déformations planes)
$n'_x, n'_y, n'_z, t'_{xy}$	composantes des variations de contrainte en coordonnées rectangulaires
$n'_r, n'_w, n'_z, t'_{rw}$	composantes des variations de contrainte en coordonnées cylindriques
N_x, N_y, N_z	composantes normales des contraintes initiales dans les terrains
h	profondeur
$P = \rho gh$	intensité de la contrainte verticale existant dans les terrains avant toute excavation
K	coefficient de proportionnalité liant l'intensité des contraintes initiales horizontales et verticales
C_o	intensité de la contrainte exercée par le soutènement sur les terrains
u, v	composantes des déplacements
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$	composantes des déformations normales et transversales en coordonnées rectangulaires
E	module d'élasticité à la traction ou à la compression
G	module d'élasticité au cisaillement

ν	coefficient de Poisson
$t = G$; $s = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2 \nu)}$	constantes de Lamé
$m = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2 \nu)}$	forme des constantes de Lamé
f, F	forces
μ, μ'	coefficients de frottement statiques et dynamiques
α	angle du pendage
k	indice d'itération
D_1, D_2	diagonales des mailles
$\hat{\omega}$	coefficient de sur relaxation
$[A] \cdot [X] = [B]$	système d'équations linéaires obtenu en discrétisant les équations de l'équilibre exprimées en terme de déplacements
$[X]$	matrice colonne formée par les composantes (inconnues) des déplacements de chaque noeud
$[B]$	matrice colonne formée par les composantes des forces extérieures appliquées en chaque noeud
a, b, c, d	nom des 4 mailles entourant un noeud (sauf sur la figure 9 où ces 4 lettres prennent le sens d'expressions définies p. 27)

BIBLIOGRAPHIE

- MANDEL J.
Les calculs en matière de Pression de Terrains
Revue de l'Industrie Minérale, vol 41, n° 1, janvier 1959.
- FORSYTHE G.E. et WASOW W.R.
Finite difference methods for partial differential equations
John Wiley & sons, New York, 1960.
- SCHWARTZ B.
Etude des mouvements des épointes dans les exploitations minières
Revue de l'Industrie Minérale, vol 42, n° 5 et 6, mai-juin 1960.
- VARGA R.S.
Matrix iterative analysis
Perentice Hall, 1962.
- LEGRAS J.
Precis d'analyse numérique
Dunod, Paris, 1963.
- WANG Y.J. et SINGH M.M.
A numerical method for the determination of stresses around
underground openings
Communication au 1er Congrès de la Société Internationale de
Mécanique des Roches, Lisbonne, 1966.
- DEJEAN M.
Contraintes et déformations au creusement dans les voies de niveau
des gisements pentés
Revue de l'Industrie Minérale, vol 51, n° 4, avril 1969.
- DEJEAN M.
Déformations des voies de niveau des gisements pentés pendant
l'exploitation des tailles qu'elles desservent
Documents techniques des Charbonnages de France, n° 4, 1970.
- PITSILIS J.
Influence du soutènement hydraulique individuel et marchant sur
la dégradation du toit de taille en veine Schwalbach
Documents techniques des Charbonnages de France, n° 1, 1970.
- DEJEAN M., MARTIN F., RAFFOUX J.-F.
Déformations des galeries au rocher sous l'influence d'une exploi-
tation
Communication au 2ème Congrès de la Société Internationale de
Mécanique des Roches, Belgrade, 1970.

